

УДК 004.942

Оптимальный синтез планетарных передач на основе минимизации аддитивной штрафной функции

Крылов Никита Сергеевич

Подчасов Евгений Олегович (научный руководитель)

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Рассмотрена задача выбора рациональных приближений проектных решений однорядных планетарных передач. Получены математические зависимости, позволяющие произвести оценку показателей качества редукторов. Выведены зависимости для вычисления параметров безразмерного аналога массы механизма, приведенного к входному звену безразмерного аналога инерционности механизма, коэффициента полезного действия механизма. Предложен способ нормирования безразмерных критериев качества. Построена целевая функция для задачи оптимального проектирования, учитывающая разнородные критерии качества механизма. Проанализированы варианты проектных решений, получаемых при использовании целевой функции с различными весовыми коэффициентами отдельных параметров. На основе анализа вариантов проектных решений отобраны веса, наиболее подходящие при использовании в проектировании планетарных механизмов общемашиностроительного назначения. Построена модель передачи данных о результат оптимального проектирования в MDM-систему.

Ключевые слова: планетарные передачи, оптимальное проектирование, нормирование критериев качества, весовые коэффициенты, проектные решения

Введение. Одним из наиболее широко применяемых видов механических передач являются планетарные зубчатые передачи. Они отличаются малыми габаритными размерами, соосной компоновкой, удобной для построения компактных схем машин, сравнительно высоким коэффициентом полезного действия, высокой нагрузочной способностью за счет многопоточности зацепления [1].

Многопоточность планетарных передач, однако приводит к их статической неопределимости, что накладывает на подбор параметров планетарных передач дополнительные ограничения (рис. 1).

Основные функциональные параметры планетарных передач зависят от чисел зубьев колес, входящих в их состав. Важнейшим из параметров планетарной передачи считается ее постоянное передаточное отношение u_{1h} . При этом помимо обеспечения требуемой кинематики, выбор параметров передачи должен вестись и с учетом обеспечения особых геометрических свойств зацепления, компенсирующих статическую неопределимость механизма [2].

Ввиду дискретности целочисленных параметров числа зубьев, достижение произвольных значений непрерывной функции передаточного отношения в конструкции механизма затруднено, что вызывает у инженеров необходи-

мость в процессе проектирования использовать вместо точных решений конструктивные решения, приближенные к требуемым. Задача выбора рационального приближения является сложной и многокритериальной, что требует применения оптимизационных методов при ее решении.

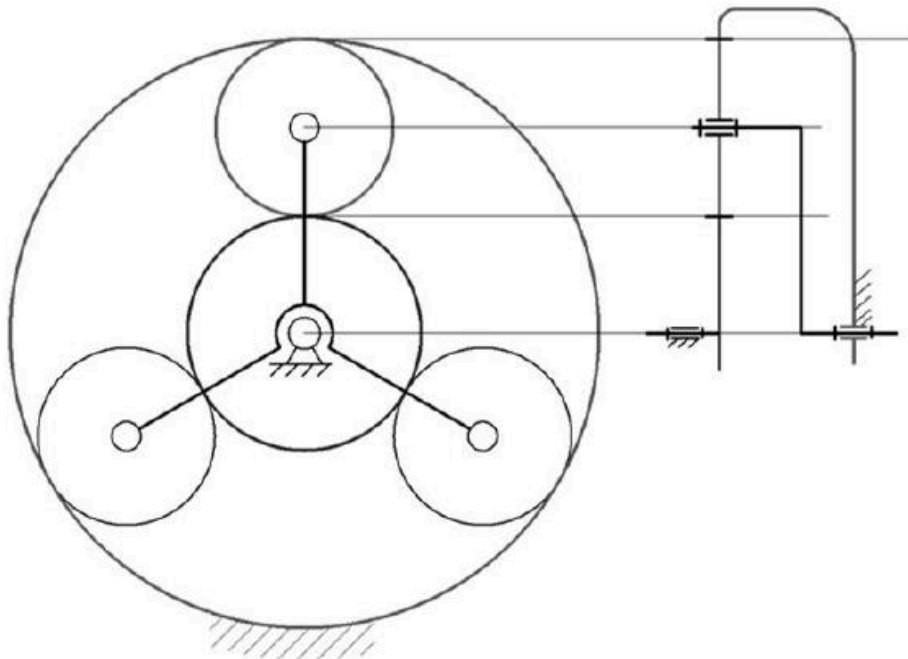


Рис. 1. Кинематическая схема планетарного редуктора

Функциональные характеристики качества механизма. К рассмотрению в качестве исследуемого объекта принимается однорядная планетарная передача с остановленным эпициклом. Ее кинематическая схема приводится на рис. 1. Для заданной схемы рассчитывается передаточное отношение по зависимости $u_{1h} = 1 + (z_3 / z_1)$. Величину передаточного отношения принято считать важнейшей качественной характеристикой механизма, при проектировании необходимо реализовать передаточное отношение с погрешностью, не превышающей допускаемой, как правило в передачах общемашиностроительного назначения составляющей 5 %.

При проектировании передачи важны также и массинерционные параметры передачи. Важным критерием проектирования планетарных передач для транспортных машин является минимизация их массы, приводящая к снижению их инерционности и улучшению качества их работы на переходных режимах.

Особенностью расчета массы на уровне кинематического синтеза механизма является отсутствие возможности вычисления точной массы редуктора, которая получается в результате синтеза. Поэтому применяется оценка массы для механизма с вычисленными параметрами. Ввиду большого числа зубьев на колесах планетарных передач их профиль принят близким к прямобочному. Объем зубьев и впадин на участках выше и ниже делительной

окружности принят примерно равным. Из этого можно сделать вывод, что масса зубчатого колеса может быть оценена как масса цилиндрической детали с наружным радиусом равным радиусу делительной окружности, тогда массу одного колеса можно вычислить как $M = 2\pi r b \rho^2$, где ρ — плотность материала зубчатого колеса; r — радиус делительной окружности; b — осевой размер колеса. Масса всего механизма может быть получена как

$$M_{\Sigma} = 2\pi r b \frac{m}{4}.$$

Исключая из полученной зависимости компоненты, не зависящие непосредственно от числа зубьев, и суммируя массы отдельных колес, получим оценку аналога массы механизма в следующем виде: $\tilde{m} = z_1^2 + 3z_2^2 + z_3^2$.

Для машин, к которым предъявляются жесткие требования к времени переходного режима, или для машин, у которых переходный режим составляет существенную часть рабочего времени, необходимо оптимизация инерционности. Мерой инерционности редуктора является его момент инерции, приведенный к валу солнечного колеса. Он рассчитывается из условия равенства кинетической энергии полного механизма и динамической модели, связанной с солнечным колесом. При этом движение солнечного колеса рассматривается как вращательное, а сателлитов — как плоское. С учетом равенства указанных энергий, зависимость для момента инерции приводится к виду

$$J_{\Sigma}^{\text{пр}} = m_1((z_1 + 1)m)^2 + m_2 \left(\left(1 - \frac{1}{u_{1h}} \right) \frac{z_2}{z_1} + \frac{1}{u_{1h}} \right)^2 + \frac{((z_1 + z_2)m)^2}{u_{1h}} \left(\frac{3m_2}{4} + \frac{m_h}{48} \right).$$

Исключением из данной зависимости параметров, не зависящих от чисел зубьев, и заменой масс на их оценки, получена оценка приведенного момента инерции в виде

$$\tilde{J}_{\Sigma}^{\text{пр}} = \frac{z_1^2}{8} (z_1 + 1)^2 + \frac{3z_2^2(z_2 + 1)^2 \left((u_{1h} - 1) \frac{z_2}{z_1} + 1 \right)^2}{8u_{1h}^2} + \frac{(z_1 + z_2)^2}{u_{1h}} \left(\frac{3z_2^2}{16} + \frac{K(z_1 + z_2)}{48} \right).$$

Коэффициент полезного действия механизма определен по зависимости

$$\eta_{1h} = \eta^{(H)} \frac{u_{1h}}{u_{1h} - 1 - \eta^{(H)}},$$

где $\eta^{(H)}$ — коэффициент полезного действия обращенного механизма, рассчитываемый как произведение КПД двух рядов зацепления. КПД каждого из рядов определяется как

$$\eta^{(H)} = 1 - \frac{1}{2} \pi f \varepsilon_{\alpha} \left(\frac{1}{z_i} \mp \frac{1}{z_j} \right).$$

Целевая функция механизма. При проектировании планетарного механизма важно обеспечить подбор чисел зубьев, обеспечивающих одновременно максимальную точность передаточного отношения и удовлетворительные

значения показателей качества. Зачастую, введение допускаемого отклонения передаточного отношения планетарного механизма позволяет при отклонении от теоретически точной кинематики достигнуть существенно меньших габаритов, массы и инерционности механизма.

Ввиду этого, при каждой комбинации исходных данных для выбора рационального решения следует сравнивать полученные варианты механизма с оценкой значений штрафной функции [3, 4].

Построенная для механизма штрафная функция [5] в силу возможности обнуления некоторых целевых показателей (например, погрешности передаточного отношения при точном решении) не может быть мультипликативной. Ввиду этого для оценки качества проектных решений введена аддитивная функция вида

$$z = w_1 \frac{|u - u_{\text{зад}}|}{u_{\text{зад}}} + w_2 \frac{p}{p_{\text{max}}} + w_3 \frac{\tilde{m}}{\tilde{m}_{\text{max}}} + w_4 \frac{\tilde{J}}{\tilde{J}_{\text{max}}} + w_5 (1 - \eta),$$

где $w_{i=1,\dots,5}$ — весовые коэффициенты; u — передаточное отношение для конкретного механизма; $u_{\text{зад}}$ — заданное передаточное отношение; u_{max} — максимальное полученное передаточное отношение; p — число оборотов водила для вставки сателлита; p_{max} — максимальное полученное число оборотов водила для вставки сателлита; $\tilde{m}$ — оценка массы механизма; $\tilde{m}_{\text{max}}$ — максимальная полученная оценка массы механизма; $\tilde{J}$ — оценка инерционности механизма; $\tilde{J}_{\text{max}}$ — максимальная полученная оценка инерционности механизма; η — КПД механизма.

Анализ проектных решений при различных весах целевой функции. Рассмотрим множество вариантов проектных решений механизма, полученных при равных весовых коэффициентов с w_1 по w_5 . На рис. 2 показано отклонение в каждой точке передаточного отношения от теоретически точного. Наличие ломанных линий свидетельствует, что для окрестности каждой комбинации теоретического передаточного отношения и числа сателлитов существует такое рациональное практическое передаточное отношение, при котором будет минимизироваться указанная выше штрафная функция. Качество выбора приближенного решения оценивается по максимальной амплитуде отклонений передаточного отношения. Для данного случая она составляет 0,2143.

Из визуализации зависимости видно, что рациональные числа зубьев меняются несущественно, а амплитуда погрешностей передаточного отношения достаточно велика. Это свидетельствует о недостаточной способности штрафной функции с равными весами оптимизировать выбор проектного решения.

Применим аналогичную штрафную функцию, но имеющую весовые коэффициенты $w_1 = 0,53$, $w_2 = 0,04$, $w_3 = 0,04$, $w_4 = 0,04$, $w_5 = 0,35$. Зависимости чисел зубьев и погрешности приведены на рис. 3.

Анализ этих данных показывает, что изменение весовых коэффициентов привело к большему разнообразию оптимальных чисел зубьев. При этом ко-

лебание погрешности передаточных отношений сократилось, составив в итоге 0,0667, это доказывает, что применение штрафной функции с подобными весами является рациональным для общемашиностроительных передач.

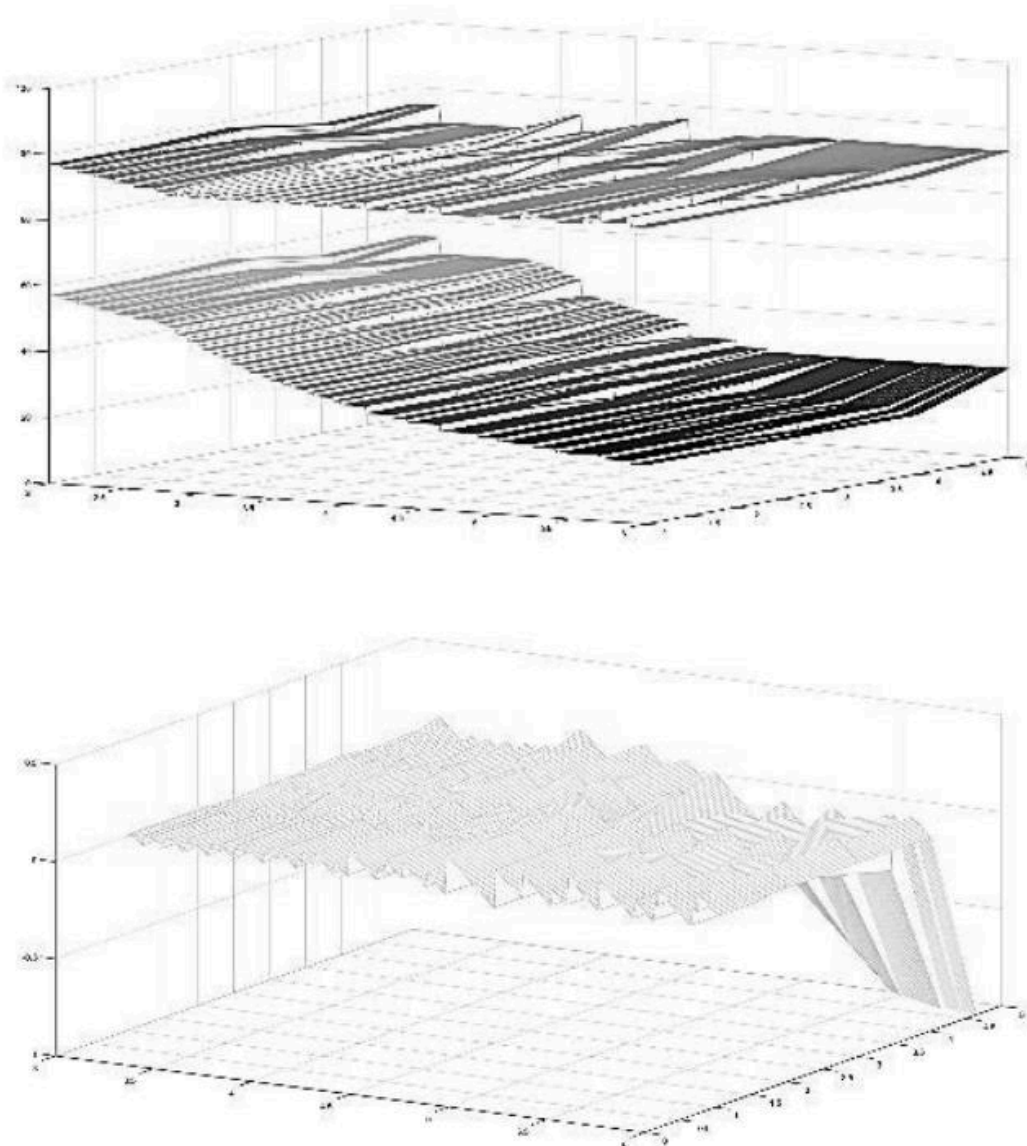


Рис. 2. Зависимости оптимальных чисел зубьев и погрешность передаточного отношения для штрафной функции с одинаковыми весами факторов

Описание способа передачи данных об оптимальных решениях в MDM-систему. В целях ускорения проектирования планетарной передачи, ее информационная модель разработана в системе Полином: MDM, компании Аскон. Вычислительные алгоритмы пакета не могут реализовывать внутреннюю оптимизацию решения, поэтому данные об оптимальных соотношениях чисел зубьев должны передаваться в модель готовыми. Для этого полученное множество оптимальных решений аппроксимируется полиномиальной зависимостью, вычисление по которой в системе Полином: MDM возможно.

Аппроксимирующие полиномиальные зависимости имеют вид

$$f(x, y) = p_{00} + p_{10}u + p_{01}k + p_{20}u^2 + p_{11}uk + p_{02}k^2 + p_{30}u^3 + p_{21}u^2k + p_{12}uk^2 + p_{03}k^3,$$

их коэффициенты приведены в таблице.

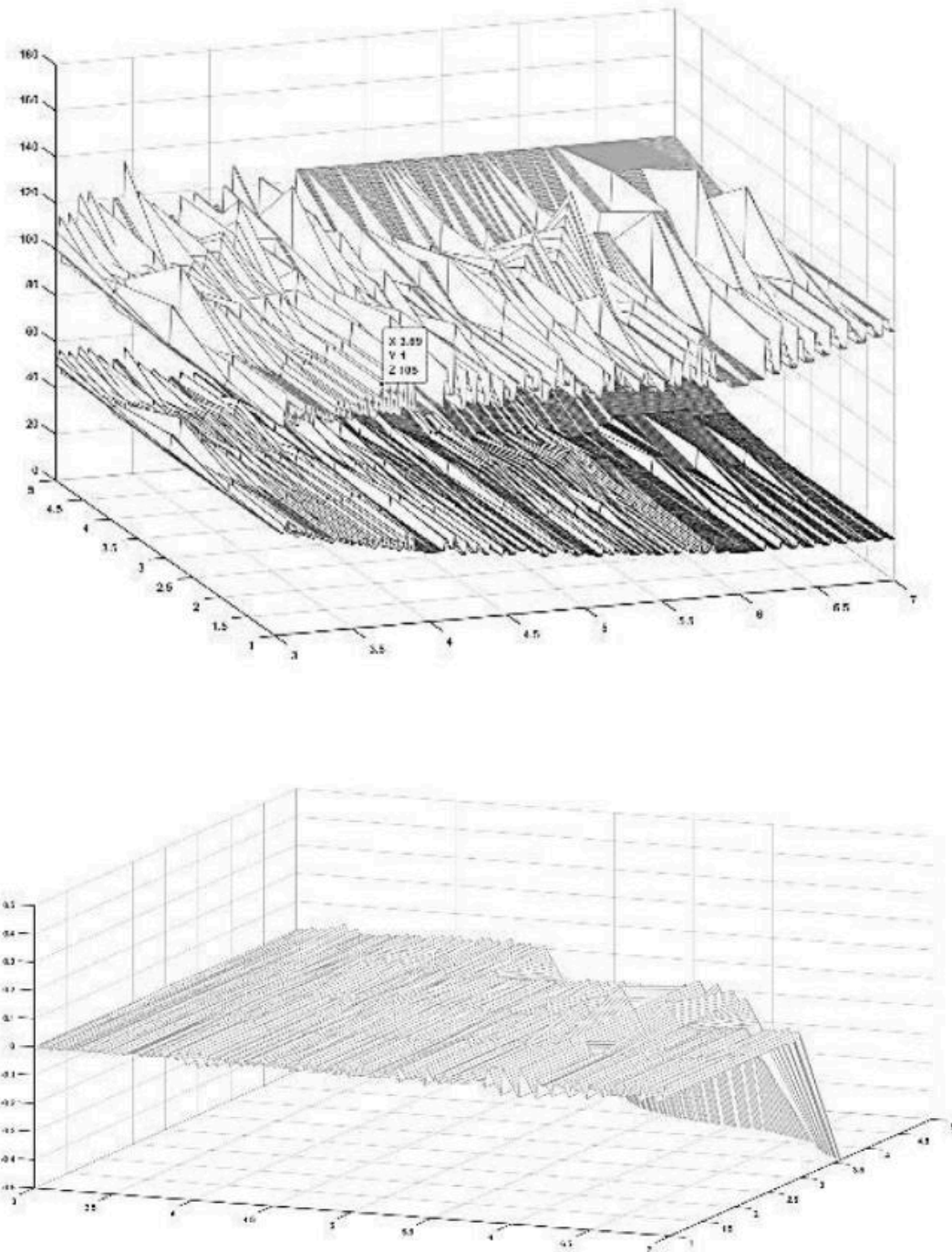


Рис. 3. Зависимости оптимальных чисел зубьев и погрешность передаточного отношения для штрафной функции с оптимальными весами

**Значения коэффициентов полиномов, описывающих
оптимальное число зубьев механизма**

Коэффициент	Число зубьев z_1	Число зубьев z_2
p_{00}	257,1987	306,7352
p_{10}	-105,4720	-116,5497
p_{01}	15,3332	12,0585
p_{20}	14,4807	16,9078
p_{11}	0,2098	8,3961
p_{02}	-6,9081	-10,9977
p_{30}	-0,6349	-0,6796
p_{21}	-0,1499	-0,7561
p_{12}	0,3841	-0,1139
p_{03}	0,6418	1,3022

Поверхность, описывающая погрешность вычисленного по полиному передаточного отношения, приведена на рис. 4. Ее анализ показывает, что вычисленные приближенно числа зубьев обеспечивают сохранение допускового отклонения передаточных отношений.

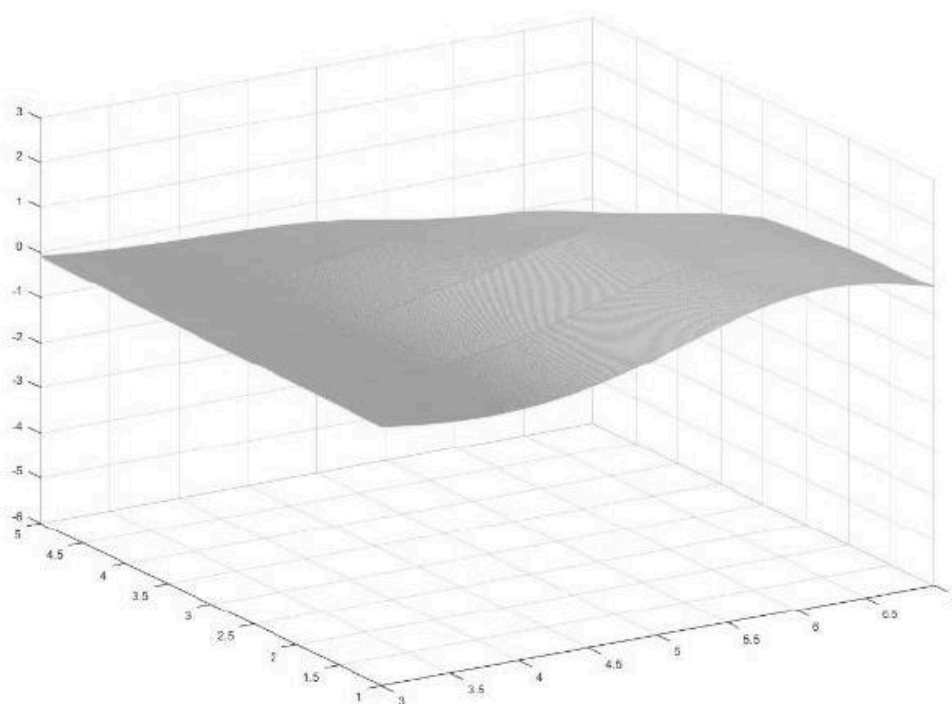


Рис. 4. Зависимость передаточного отношения механизма от передаточного отношения и числа сателлитов при полиномиальном описании оптимального числа зубьев

Заключение. Рассмотренная оптимизационная модель на базе штрафной функции позволяет подбирать конструкции планетарных механизмов с лучшими эксплуатационными характеристиками. Полученные полиномиальные зависимости оптимальных чисел зубьев позволяют с достаточной точностью получать быстрые решения задачи и автоматизировать проектирование с использованием возможностей библиотек для коммерческого САПР.

Литература

- [1] Альгин В.Б., Антонюк В.Е., Гоман А.М. *Зубчатые передачи и трансмиссии в Беларуси: проектирование, технология, оценка свойств*. Минск, Беларуская навука, 2017, 407 с.
- [2] Подчасов Е.О., Киселев Р.М. Некоторые аспекты рационального выбора коэффициентов смещения эвольвентных цилиндрических зубчатых передач с применением библиотеки «Валы и механические передачи» системы КОМПАС-3D. *Развитие'23. Всерос. форум: тез. докл.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023, с. 138–140.
- [3] Грубый С.В. *Нелинейная оптимизация режимных параметров течения методом штрафной функции. Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2018, № 4, с. 3–9.
- [4] Грубый С.В. *Оптимизация механической обработки*. Санкт-Петербург, Лань, 2022, 140 с.
- [5] Карпенко А.П. *Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021, 446 с.

Optimal design of planetary gear trains using additive penalty function minimization

Krylov Nikita Sergeevich

Podchasov Evgeny Olegovich (*scientific advisor*)

BMSTU, Moscow, Russia

The study addresses the problem of selecting rational approximations for design solutions of single-stage planetary gear trains. Mathematical relationships have been derived to evaluate the quality metrics of gearboxes. Dependencies for calculating the parameters of the dimensionless mass analog of the mechanism (referred to the input link), the dimensionless inertia analog of the mechanism, and the mechanism's efficiency coefficient have been established. A method for normalizing dimensionless quality criteria is proposed. An objective function for optimal design has been formulated, incorporating heterogeneous quality criteria of the mechanism. Variants of design solutions obtained using the objective function with different weighting coefficients for individual parameters have been analyzed. Based on the analysis of design alternatives, the most suitable weights for use in the design of general-purpose planetary mechanisms have been selected. A model for transferring optimal design results to an MDM (Master Data Management) system has been developed.

Keywords: planetary gear trains, optimal design, normalization of quality criteria, weighting coefficients, design solutions