

Механика

УДК 539.42:539.377:519.6

Сравнение различных методов моделирования растрескивания топливной таблетки из диоксида урана

П.С. Аронов^{1,2}, М.П. Галанин^{1,2}, А.С. Родин^{1,2}¹ Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН² МГТУ им. Н.Э. Баумана

Comparison of various methods for modeling uranium dioxide fuel pellet cracking

P.S. Aronov^{1,2}, M.P. Galanin^{1,2}, A.S. Rodin^{1,2}¹ Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences² Bauman Moscow State Technical University

При эксплуатации в тепловыделяющем элементе происходит большое количество взаимосвязанных сложных физических процессов. В интегральных кодах с целью снижения вычислительной сложности для описания этих процессов использованы многочисленные упрощающие предположения. В то же время большой интерес представляет и более подробное изучение некоторых отдельных явлений. Проведено моделирование растрескивания топливной таблетки из диоксида урана в участке тепловыделяющего элемента при выходе мощности тепловыделения на номинальное значение. Приведена математическая модель, соответствующая осесимметричному термоупругому приближению. Численная модель основана на методе конечных элементов. Для учета растрескивания материала использованы методы размазанных и дискретных трещин. Выполнены расчеты и сравнительный анализ полей напряжений, полученных двумя методами. По результатам расчетов установлено, что модель размазанных трещин позволяет уменьшить уровень растягивающих напряжений до значения, не превышающего выбранный предел прочности материала. Применение модели дискретных трещин привело к кратному уменьшению уровня только осевых напряжений.

EDN: ZCDLBV, <https://elibrary/zcdlbv>

Ключевые слова: математическое моделирование, растрескивание топливной таблетки, контактная задача, размазанные трещины, дискретные трещины, тепловыделяющий элемент

During the operation of a fuel element, a large number of complex physical processes take place within it. Existing integrated codes use numerous simplifying assumptions to describe these processes in order to reduce computational complexity. However, a more in-depth study of some individual phenomena would be of great interest. The paper presents a simulation of the uranium dioxide pellet cracking in a fuel element section when the heat dissipation power reaches its nominal value. A mathematical model based on the axisymmetric

thermoelastic approximation is used. The numerical model is developed using the finite element method. Two methods were used to analyze the cracking of the material: the smeared crack model and the discrete crack method. Two calculations were performed and a comparative analysis of the stress fields obtained for the two methods was carried out. The results showed that the smeared crack model allowed to reduce the tensile stresses to a level below the ultimate strength of the material, while the discrete crack model led to a multiple decrease only in axial stresses.

EDN: ZCDLBV, <https://elibrary/zcdlbv>

Keywords: mathematical modeling, fuel pellet cracking, contact problem, smeared cracks, discrete cracks, fuel element

В реакторах ядерных энергетических установок протекают различные физические процессы, оказывающие существенное влияние на их функционирование и безопасность. Некоторые из таких процессов описаны в работе [1]. Для комплексного моделирования работы реактора и установки в целом применяют интегральные программные коды [2].

Однако сложность протекающих явлений, включая их пространственную многомасштабность, заставляет делать некоторые упрощающие предположения. Это одно- или нульмерность ряда составляющих моделей или пренебрежение какими-то эффектами [3–5]. Часто это приближенное описание контактных явлений и разрушения материалов отдельных частей конструкции. В то же время и более детальное изучение этих явлений (даже без учета других физических процессов) представляет большой практический интерес.

В частности, актуальной и важной задачей является моделирование процесса разрушения топливных таблеток (ТТ) в тепловыделяющих элементах (ТВЭЛ) ядерных реакторов [6]. Экспериментально установлено [1, 6], что ядерное топливо из диоксида урана (UO_2) в реакторах растрескивается в ходе эксплуатации под действием совокупности факторов. Образовавшиеся трещины оказывают значительное влияние на поведение топлива, вследствие чего без их учета невозможно выполнить реалистичное моделирование состояния ТВЭЛ.

Например, в работе [7] показано, что при выходе мощности тепловыделения в ТТ на номинальное значение без учета растрескивания (в термоупругом приближении) на ее внешней поверхности возникают осевые и окружные растягивающие напряжения около 1 ГПа. Эти значения в десять раз превышают предел прочности диоксида урана.

В отличие от стандартных задач термоупругости, исследование разрушения является не-

линейной задачей, для решения которой используют различные приближения и подходы [8–12].

Цель работы — сравнение методов размазанных и дискретных трещин при моделировании разрушения ТТ из диоксида урана в участке ТВЭЛ при развитии трещин по заранее выбранному возможному траекториям.

Ранее выполнены некоторые работы по моделированию различных явлений в ТВЭЛ. В статье [7] применена достаточно простая модель размазанных трещин, идеологически близкая к модели, применяемой в коде FEMAXI [13]. В работе [14] использована более сложная модель размазанных трещин, близкая к применяемой в коде FALCON [1]. Эта модель задействована для расчета напряженно-деформированного состояния продольного и поперечного сечений ТТ, но в значительно упрощенной постановке: без решения тепловой задачи (для заданного температурного поля), без учета наличия фасок и зависимости теплофизических характеристик от температуры.

Для достижения поставленной цели выбрана модель размазанных трещин (с учетом внесенных изменений). В расчетах применены реалистичные геометрические формы и теплофизические характеристики материалов, тепловые поля получены в результате решения уравнения теплопроводности с условием неидеального теплового контакта между ТТ и оболочкой ТВЭЛ.

Математическая и численная модели термо-механических процессов. Будем исследовать задачу, соответствующую участку ТВЭЛ: осесимметричная область $G = G_1 \cup G_2$ состоит из цилиндрической ТТ (область G_1), имеющей внутреннее отверстие и фаски на обоих торцах, а также цилиндрической оболочки (область G_2). Таблетка расположена внутри оболочки.

В области G последовательно решены тепловая и механические задачи для каждого момента времени $t \in (0, t_0]$. Тепловая задача включала в себя стандартное уравнение теплопроводности для температуры $T(\mathbf{x}, t)$ с начальным условием $T(\mathbf{x}, 0) = 300$ К, граничным условием первого рода $T(\mathbf{x}, t) = 623$ К, заданным на внешней поверхности оболочки, и условием теплообмена с постоянным коэффициентом теплопередачи между внешней поверхностью ТТ и внутренней поверхностью оболочки (условие неидеального теплового контакта). На других поверхностях тел поставлено условие теплоизоляции (нулевого теплового потока), в ТТ задана постоянная по пространству объемная мощность тепловыделения, соответствующая выходу ТВЭЛ на режим работы с номинальной мощностью [7].

Механическая задача описывается следующими соотношениями ($i, j = 1, 3$) [15]:

- уравнения равновесия

$$\sigma_{ji,j}(\mathbf{u}, t) = 0, \quad \mathbf{x} \in G; \quad (1)$$

- кинематические граничные условия

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in S_D; \quad (2)$$

- силовые граничные условия

$$\sigma_{ji}(\mathbf{u}, t)n_j = p_i(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in S_N; \quad (3)$$

• соотношения Коши для линейного тензора деформаций

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2}[u_{i,j}(\mathbf{x}, t) + u_{j,i}(\mathbf{x}, t)], \quad \mathbf{x} \in G, \quad (4)$$

определяющие уравнения для термоупругого тела

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}(T)(d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^T), \quad \mathbf{x} \in G, \quad (5)$$

где $d\sigma_{ij}$ — приращения компонент тензора напряжений Коши σ_{ij} ; $\mathbf{u}$ и u_i — вектор перемещения и его компоненты; n_j — компоненты вектора внешней нормали к соответствующей поверхности S_j ; p_i — компоненты вектора поверхностных сил; ε_{ij} — компоненты тензора полной деформации; $C_{ijkl}(T)$ — компоненты тензора упругих коэффициентов; $d\varepsilon_{kl}$ — приращения компонент тензора полной деформации ε ; $d\varepsilon_{kl}^T$ — приращения компонент тензора температурной деформации.

Для учета реалистичных характеристик материалов (сплава циркония для оболочки и диоксида урана для топливных таблеток) использованы процедуры библиотеки MATPRO [16].

Для дискретизации уравнений теплопроводности и задачи механики (1)–(5) применен метод конечных элементов [17] (использована сетка из четырехугольных элементов первого порядка) для осесимметричного случая.

Решение задачи (1)–(5) в момент времени t_m сведено к решению следующей системы алгебраических уравнений [17] для i -го тела:

$$[\hat{K}_i]\{\Delta U_i^m\} = \{\hat{R}_i\} + \{\hat{F}_i\}, \quad i = 1, 2, \quad (6)$$

где $[\hat{K}_i]$ — глобальная матрица жесткости; $\{\Delta U_i^m\}$ — глобальный вектор приращений узловых перемещений за время $\Delta t = t_m - t_{m-1}$; $\{\hat{R}_i\}$ — глобальный вектор внешних сил, учитывающий вклад поверхностной нагрузки; $\{\hat{F}_i\}$ — глобальный вектор внутренних сил, учитывающий вклад температурных деформаций.

Здесь и далее обозначения вида $\hat{x}$ и x соответствуют значениям величины $x(t)$ в текущий момент времени t_m и в предыдущий момент времени t_{m-1} .

Моделирование разрушения материала ТТ.

Из экспериментов известно, что в ТТ из диоксида урана при относительно низких нагрузках (тепловых или механических) образуются многочисленные трещины [6]. Внешний вид расстрескавшейся ТТ показан на рис. 1, а [18]. Видно, что характер поведения ТТ соответствует хрупкому материалу, и ее пластическими деформациями можно пренебречь. Свойства диоксида урана близки к таковым керамических материалов, для которых характерно следующее поведение при растяжении (рис. 1, б) [1]. При напряжениях, меньших некоторого условного предела прочности при растяжении σ_f и соответствующих ему деформациях ε_f , материал ведет себя как линейно-упругий, а при превышении предела прочности имеет место разгрузка (разрушение) по нелинейному закону. Когда напряжения в материале достигают предела прочности σ_f , стартует процесс образования трещины. Если деформации в материале достигают значений, превышающих ε_f в 5–10 раз, то трещину можно считать полностью сформированной. После этого в одномерном случае материал не способен выдерживать никакого отличного от нуля растягивающего напряжения, а в многомерном — теряет способность выдерживать растягивающее напряжение в направлении, ортогональном к образовавшейся трещине.

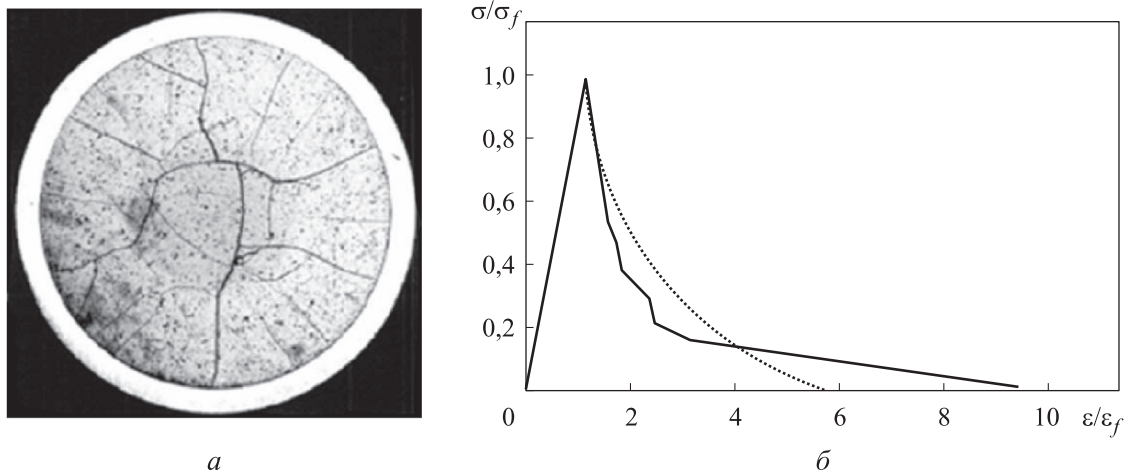


Рис. 1. Внешний вид растрескавшейся ТТ (а) и характерная кривая разрушения керамического материала (б)

Экспериментальную кривую разрушения (см. рис. 1, б, сплошная линия) обычно заменяют следующей аппроксимирующей зависимостью (пунктирная линия) [1]

$$\sigma(\epsilon) = \sigma_f \left(A + B e^{-C\epsilon/\epsilon_f} \right), \quad (7)$$

где A , B , C — параметры, которые подбирают для лучшего соответствия поведению экспериментальной кривой.

Выражение (7) можно переписать следующим образом:

$$\sigma(\epsilon) = E(\epsilon)\epsilon, \quad (8)$$

где $E(\epsilon)$ — эффективный модуль Юнга, связанный с кривой разрушения, $E(\epsilon) = \sigma(\epsilon)/\epsilon$.

Для моделирования трещин в хрупком материале обычно используют два метода — размазанных и дискретных трещин. Первый метод, изначально сформулированный для бетона [11], активно применялся для керамических материалов. Учет разрушения происходит путем изменения свойств материала с применением выбранных зависимостей для кривых разрушения, причем разрывы деформаций и перемещений при переходе через трещину размазываются по некоторой близлежащей окрестности. Для дискретных трещин в общем случае надо отслеживать развитие трещин на сеточном уровне. При этом можно допустить развитие трещины по произвольной траектории (но тогда необходимо регулярно выполнять перестройку сетки), либо по одной из тех возможных траекторий, которые изначально заложены в расчетную сетку.

Выбрана модель размазанных трещин, идеологически близкая к моделям, описанным в ра-

ботах [1, 14]. Она предполагает, что в каждой точке тела выделяются три направления, совпадающие с главными осями полного тензора деформаций. Для i -го направления считают справедливым следующее соотношение, полученное из выражения (8) для приращения соответствующего напряжения (с учетом температурных деформаций):

$$\Delta\sigma_i = \hat{e}_i E_0 (\Delta\epsilon_i - \Delta\epsilon^{th}) - \left(1 - \frac{\hat{E}_i}{E_i} \right) \sigma_i, \quad (9)$$

где $\hat{e}_i$ — функция памяти; E_0 — модуль Юнга для не растрескавшегося материала, $\hat{e}_i = \hat{E}_i / E_0$.

Функция памяти $\hat{e}_i$ позволяет оценить развитие трещины в i -м направлении: если $\hat{e}_i = 1$, то трещина еще не возникла, а если $\hat{e}_i = 0$, то она полностью сформировалась.

Для осесимметричного случая выражение (9) обобщено в виде следующего закона Гука, записанного для векторных величин [1]:

$$\{\Delta\sigma\} = [\hat{Z}]^T [\hat{C}] [\hat{Z}] (\{\Delta\epsilon\} - \{\Delta\epsilon^{th}\}) - \left(\mathbf{I} - [\hat{Z}_s]^T \right) \{\sigma\}. \quad (10)$$

Здесь $\{\Delta\sigma\}$ — вектор приращения напряжений, $\{\Delta\sigma\} = \{\Delta\sigma_{rr}, \Delta\sigma_{zz}, \Delta\sigma_{\varphi\varphi}, \Delta\sigma_{rz}\}^T$; $[\hat{C}]$ — стандартная матрица упругих коэффициентов; $\{\Delta\epsilon\}$ и $\{\Delta\epsilon^{th}\}$ — векторы приращений полных и температурных деформаций; $\mathbf{I}$ — единичная матрица; $\{\sigma\}$ — вектор напряжений предыдущего шага по времени,

$$[\hat{Z}] = [P^{-1}][E][P]; \quad [\hat{Z}_s] = [P^{-1}][E_s][P],$$

где $[P]$ — матрица, позволяющая привести вектор полных деформаций $\{\Delta\epsilon\}$, компоненты которого относятся к цилиндрической системе

координат, к вектору деформаций $\{\bar{\epsilon}\} = [P]\{\epsilon\}$, компоненты которого относятся к главным осям тензора полных деформаций; $[E]$ и $[E_s]$ — матрицы, отражающие влияние функций памяти, определенных для направлений главных осей,

$$[E] = \text{diag}(e_1^{1/2}, e_2^{1/2}, e_3^{1/2}, (e_1 e_2)^{1/4});$$

$$[E_s] = \text{diag}(\hat{e}_1/e_1, \hat{e}_2/e_2, \hat{e}_3/e_3, (\hat{e}_1 \hat{e}_2/e_1 e_2)^{1/2}).$$

В случае использования закона Гука (10) в методе конечных элементов возникают следующие отличия при формировании системы уравнений (6): в локальные матрицы жесткости $[\hat{K}^{(e)}]$ для элемента сетки (e) вместо матрицы $[\hat{C}^{(e)}]$ входит матрица $[\hat{Z}^{(e)}]^T [\hat{C}^{(e)}] [\hat{Z}^{(e)}]$, в локальные векторы внутренних сил $\{\hat{F}^{(e)}\}$ вместо вектора $\{\sigma^{(e)}\}$ — вектор $[\hat{Z}_s^{(e)}]^T \{\sigma^{(e)}\}$.

При проведении расчетов, чтобы не получить плохо обусловленную матрицу системы (6), применена модифицированная кривая разрушения материала, в которой минимальное значение напряжения равно не нулю, а некоторой достаточно малой величине σ_∞ . Минимальное значение эффективного модуля Юнга также ограничено величиной E_∞ .

Метод дискретных трещин реализован следующим образом: в ТТ закладывали $\tilde{N}$ траекторий потенциальных трещин в поперечном направлении. По сути, эти трещины разбивали исходную ТТ на $\tilde{N} + 1$ фрагмент. Затем решали механическую контактную задачу, в которой учитывали контакт фрагментов друг с другом.

После введения дополнительных пар поверхностей $(S_{k1}^\beta, S_{k2}^\beta)$, $\beta = 1, \dots, \tilde{N}$ на них надо задать граничные условия, обеспечивающие совпадение поверхностей фрагментов S_{k1}^β и S_{k2}^β на некотором участке S_k^β , расположение которого изначально неизвестно и подлежит определению в процессе решения задачи.

Условия скольжения без трения для поверхности S_{k1}^β (для поверхности S_{k2}^β они записываются аналогично) [19] имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_\tau^1(\mathbf{x}, t) &= 0; \\ \sigma_n^1(\mathbf{x}, t) &= \sigma_n^2(\bar{\mathbf{x}}, t) \leq \sigma_f; \\ u_n^1(\mathbf{x}, t) + u_n^2(\bar{\mathbf{x}}, t) &\leq 0; \\ \sigma_n^1(\mathbf{x}, t) [u_n^1(\mathbf{x}, t) + u_n^2(\bar{\mathbf{x}}, t)] &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $\mathbf{x}$ — вектор координат точки, лежащей на поверхности S_{k1}^β ; $\bar{\mathbf{x}}$ — вектор координат сходящейся точки, находящейся напротив нее на поверхности S_{k2}^β ; $u_n^\alpha = \mathbf{u}^\alpha \cdot \mathbf{n}^\alpha$; $\sigma_n^\alpha = (\sigma^\alpha \cdot \mathbf{n}^\alpha) \cdot \mathbf{n}^\alpha$; $\sigma_\tau^\alpha = (\sigma^\alpha \cdot \mathbf{n}^\alpha) \cdot \boldsymbol{\tau}^\alpha$, где $\mathbf{n}^\alpha$ и

$\boldsymbol{\tau}^\alpha$ — векторы нормали и касательной к поверхности рассматриваемого тела, $\alpha = 1, 2$, (суммирование по α не проводилось).

При образовании зазоров между участками фрагментов происходит разгрузка напряженного состояния всей ТТ. Значимым отличием контактных условий (11) от классической постановки является то, что для исходных пар контактных поверхностей в соответствии со вторым неравенством (11) выход из контакта будет происходить не при условии $\sigma_n(\mathbf{x}, t) > 0$, а при $\sigma_n(\mathbf{x}, t) > \sigma_f$, т. е. когда растягивающая нагрузка будет превышать прочность материала.

Так как расчеты проведены в осесимметричном приближении (невозможно учитывать радиальные трещины, разбивающие ТТ на секторальные фрагменты), для потенциальных трещин выбраны траектории, соответствующие различным поперечным сечениям $z = \text{const}$.

Для численного решения поставленной задачи применен метод Неймана — Дирихле (один из вариантов метода декомпозиции области). Его суть заключается в том, что в рамках итерационного процесса на каждой итерации решается стандартная термомеханическая задача для каждого тела по отдельности. В каждой паре контактных поверхностей на первой поверхности задаются распределенные контактные силы, а на второй поверхности — перемещения так, чтобы всегда выполнялась кинематическая часть контактных условий (11). В конце итерации происходит пересчет распределенных контактных сил, и в результате итерационный процесс должен сходиться к решению, обеспечивающему выполнение всех условий (11). Более подробно этот метод изложен в работе [20].

Результаты расчетов. Выбранная расчетная область соответствует половине продольного сечения участка ТВЭЛ, включающего в себя одну ТТ из диоксида урана и соответствующий ей участок оболочки из сплава циркония. Поставлены следующие условия: участок нижнего торца ТТ и нижний торец оболочки закреплены в осевом направлении. На ТТ и внутреннюю поверхность оболочки действует внутреннее давление (газов) 2 МПа, а на внешнюю поверхность оболочки — внешнее давление (теплоносителя) 10 МПа. Между ТТ и оболочкой задан начальный зазор размером 0,06 мм (радиального контакта ТТ с оболочкой в ходе расчета не происходило). В ТТ мощность тепловыделения

возрастает за время $t_0 = 1$ ч от нуля до номинального значения.

Проведен осесимметричный расчет разрушения материала ТТ с применением модели размазанных трещин (далее первый расчет). Для кривой разрушения (7) заданы параметры $\sigma_f = 100$ МПа и $C = 0,5$, а параметры A и B выбраны так, чтобы при деформации, равной $10\epsilon_f$, напряжение достигало минимального значения $\sigma_\infty = 10$ МПа. Использована расчетная сетка по пространству, содержащая около 10 000 четырехугольных элементов. Процесс вычисления состоял приблизительно из 100 шагов по времени.

Распределения функций памяти $\min(e_1, e_2)$ (минимальные значения из e_1 и e_2 среди всех гауссовых точек в рассматриваемом элементе сетки), характеризующие распространение

трещин в сечении rz , в различные моменты времени приведены на рис. 2, а–г, а распределения функции памяти e_3 , характеризующие процесс растрескивания в окружном направлении, — на рис. 2, д–з. Функция памяти $e_3 = 1$ соответствует отсутствию трещины в данном направлении, а $e_3 \approx 0,01$ — образованию полностью сформированной трещины.

Как видно из рисунков, к моменту времени $t = 0,25t_0$ в плоскости rz образовались две трещины: сначала их траектория шла почти в горизонтальном направлении, а затем они начали уклоняться в сторону друг от друга (в направлении торцов ТТ). В последующие моменты времени от этих двух основных трещин стали отходить дополнительные боковые трещины, которые в конце расчета имеют выраженную древовидную структуру.

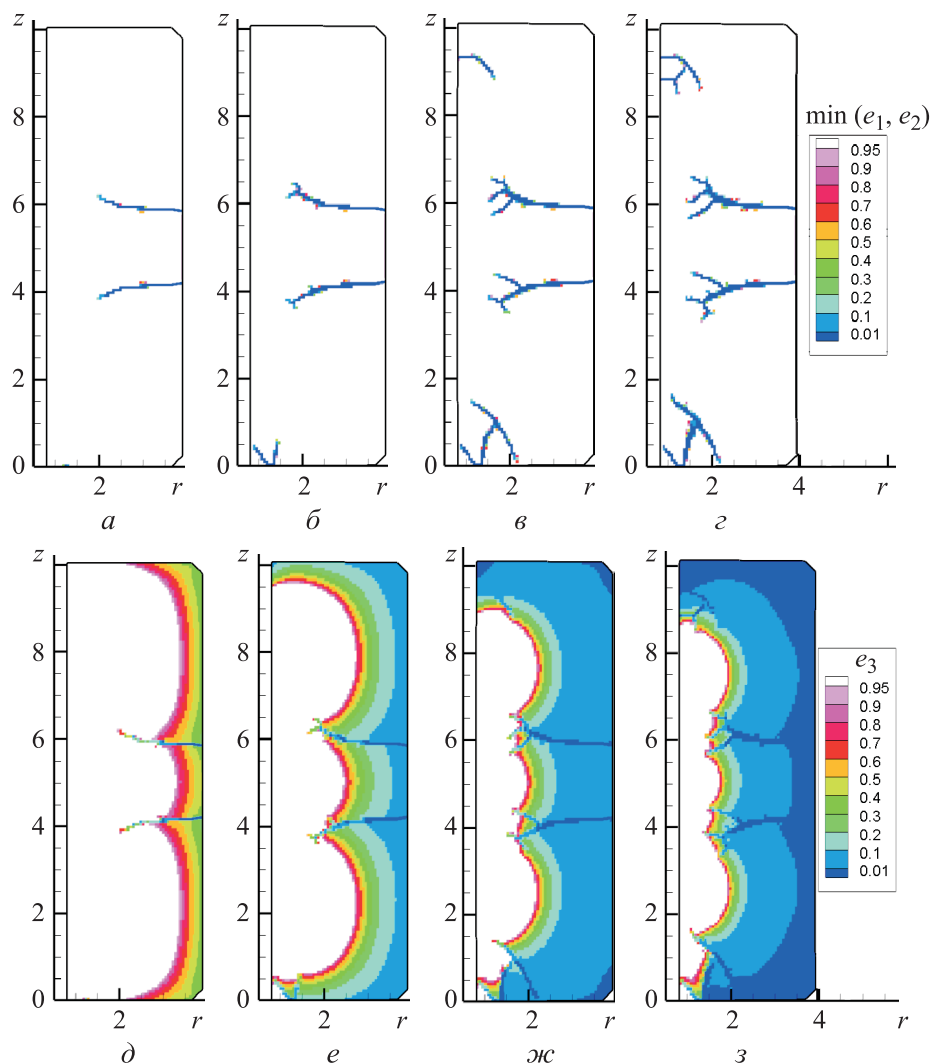


Рис. 2. Распределения величины $\min(e_1, e_2)$ (а–г) и функции памяти e_3 (д–з) в ТТ в разные моменты времени:

а, д — $t = 0,25t_0$; б, е — $t = 0,5t_0$; в, ж — $t = 0,75t_0$; з, з — $t = t_0$

К моменту времени $t = 0,5t_0$ возле места закрепления нижнего торца ТТ стала образовываться новая трещина с траекторией, близкой к вертикальному направлению. К моменту времени $t = 0,75t_0$ добавилась трещина, расположенная вблизи верхнего торца ТТ. В дальнейшем нижняя и верхняя трещины начали ветвиться. Толщина каждой размазанной трещины почти всегда соответствует одной ячейке сетки.

Азимутальное направление при осесимметричной постановке задачи является выделенным. В этом направлении образуются не отдельные трещины (это противоречит требованию осевой симметрии), а происходит равномерное растрескивание материала в некоторой подобласти по всему окружному направлению. Поэтому, хотя на рис. 2, δ -з видны следы магистральных трещин, возникших в плоскости rz , но в целом

процесс можно характеризовать как последовательное смещение фронта растрескивания от внешней поверхности и торцов ТТ в сторону центральной части. В конце расчета больше половины всей ТТ оказалось в области растрескивания по окружной координате.

Для оценки полей напряжений, полученных в ТТ при использовании описанной модели размазанных трещин, дополнительно проведен второй расчет. Здесь в ТТ заложены траектории развития двух потенциальных дискретных трещин, соответствующие сечениям $z = 4,1$ мм и $z = 5,9$ мм (ТТ состояла из трех фрагментов, для которых решалась контактная задача). В ходе расчета происходит достаточно быстрое раскрытие потенциальных трещин (начиная с внешней поверхности): уже к моменту времени $t = 0,25t_0$ в контакте остаются только участки, примыка-

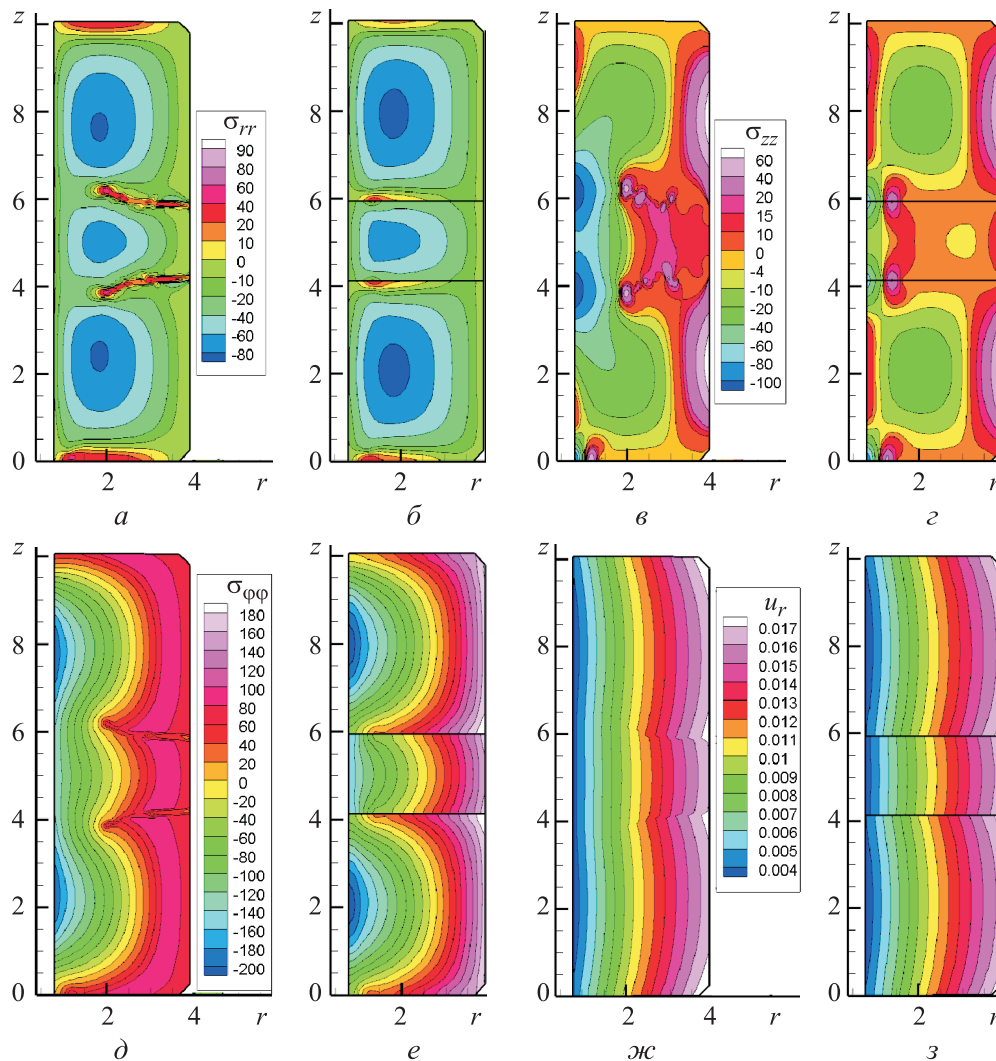


Рис. 3. Распределения радиальных σ_{rr} (а, б), осевых σ_{zz} (в, г), окружных $\sigma_{\varphi\varphi}$ (д, е) напряжений и радиальных перемещений u_r (ж, з) в ТТ при времени $t = 0,25t_0$, полученные путем первого (а, в, д, ж) и второго (б, г, е, з) расчетов

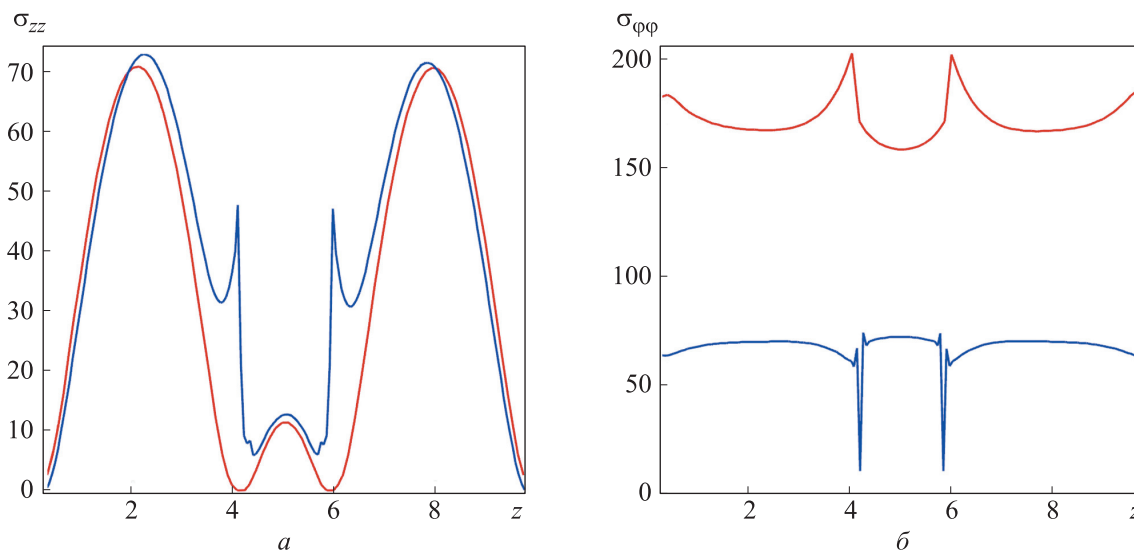


Рис. 4. Распределения осевых σ_{zz} (а) и окружных $\sigma_{\phi\phi}$ (б) напряжений вдоль внешней поверхности ТТ при времени $t = 0,25t_0$, полученные путем первого (—) и второго (—) расчетов

ющие к внутренней поверхности и имеющие ширину 0,6 мм (ширина зоны контакта уменьшилась в 5 раз), в дальнейшем эти участки уменьшаются до ширины около 0,5 мм.

Распределения радиальных σ_{rr} , осевых σ_{zz} , окружных $\sigma_{\phi\phi}$ напряжений (нормированных на 1 МПа) и радиальных перемещений u_r (нормированных на 1 мм) в ТТ при времени $t = 0,25t_0$, полученные путем первого и второго расчетов, показаны на рис. 3, а–з. Распределения осевых σ_{zz} и окружных $\sigma_{\phi\phi}$ напряжений вдоль внешней поверхности ТТ при времени $t = 0,25t_0$, полученные путем первого и второго расчетов, показаны на рис. 4, а и б.

Видно, что в рассмотренный момент времени качественные особенности напряженно-деформированного состояния ТТ в обоих расчетах совпадают. У радиальных напряжений можно выделить три зоны сжимающих напряжений, расположенных в центральной части и ближе к обоим торцам. У осевых и окружных напряжений области наибольших растягивающих напряжений расположены вблизи внешней поверхности, а области наибольших сжимающих напряжений — вблизи внутренней поверхности.

В то же время есть и различия: при втором расчете компоненты напряжений (кроме осевых напряжений на участках поверхностей, оставшихся в контакте) и радиальные перемещения имеют разрыв при переходе через границы фрагментов ТТ. В первом расчете настолько явного разрыва при переходе через образовавшиеся трещины не происходит, но в этих зонах наблюдаются большие градиенты соответствую-

ющих величин. Для радиальных и осевых напряжений (и радиальных перемещений) можно отметить не только качественное сходство полученных характеристик, но и количественное (см. рис. 4, а). Напротив, окружные напряжения во втором расчете (200 МПа) достигают почти в 3 раза больших значений, чем в первом (70 МПа), что видно на рис. 4, б.

Распределения радиальных σ_{rr} , осевых σ_{zz} , окружных $\sigma_{\phi\phi}$ напряжений и радиальных перемещений в ТТ при времени $t = t_0$, полученные путем первого и второго расчетов, показаны на рис. 5, а–з. Распределения осевых σ_{zz} и окружных $\sigma_{\phi\phi}$ напряжений вдоль внешней поверхности ТТ при времени $t = t_0$, определенные путем первого и второго расчетов, приведены на рис. 6, а и б.

Как видно из рисунков, напряжения, полученные в первом и втором расчетах, имеют существенное количественное различие. Наибольшее расхождение, как и ранее, наблюдается для окружных напряжений (см. рис. 6, б): во втором расчете их максимальное значение на внешней поверхности достигает 1100 МПа, а в первом расчете на всей данной поверхности окружные напряжения равны 10 МПа (вся прилегающая область растрескалась в окружном направлении). Осевые напряжения (см. рис. 6, а) в первом расчете (300 МПа) также в 10 раз больше, чем во втором (30 МПа). Но, несмотря на количественные различия, можно отметить сохранившееся качественное сходство в расположении зон сжимающих и растягивающих напряжений (см. рис. 5).

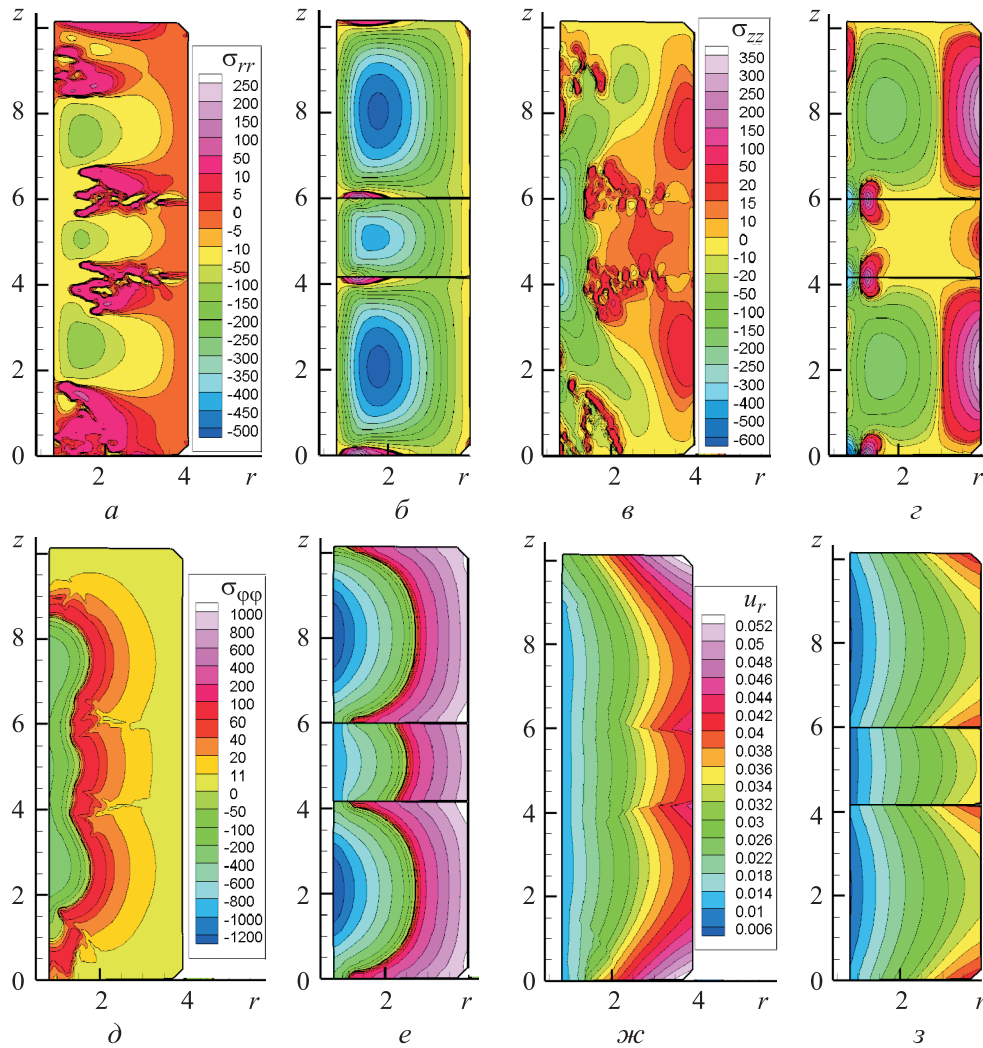


Рис. 5. Распределения радиальных σ_{rr} (а, б) и осевых σ_{zz} (в, г), окружных $\sigma_{\phi\phi}$ (д, е) напряжений и радиальных перемещений u_r (ж, з) в ТТ при времени $t = t_0$, полученные путем первого (а, в, д, ж) и второго (б, г, е, з) расчетов

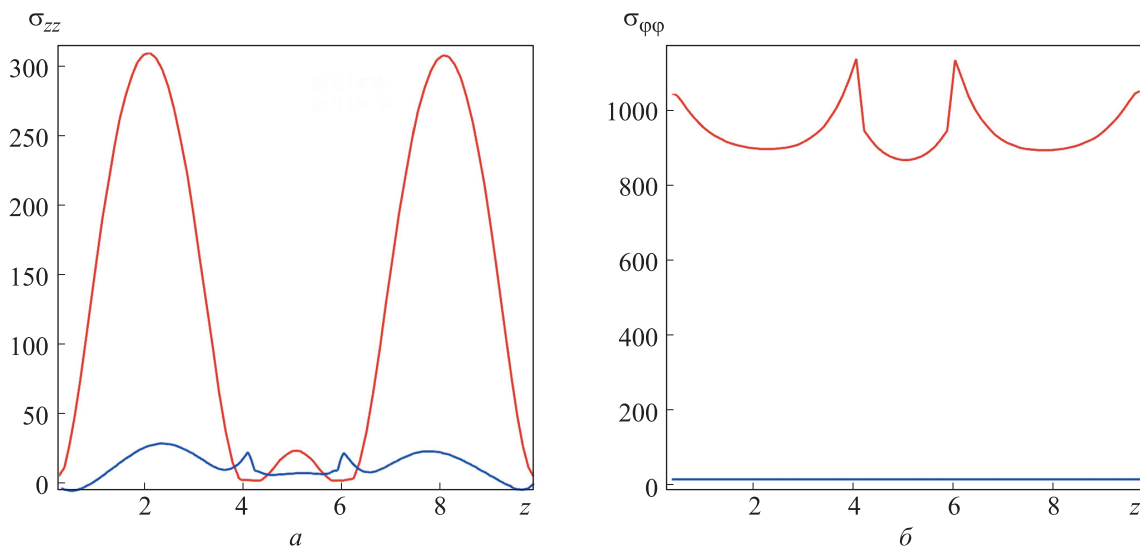


Рис. 6. Распределения осевых σ_{zz} (а) и окружных $\sigma_{\phi\phi}$ (б) напряжений вдоль внешней поверхности ТТ при времени $t = t_0$, полученные путем первого (—) и второго (—) расчетов

По результатам, полученным с помощью двух моделей разрушения ТТ из диоксида урана, можно заключить следующее. Модель с применением заложенных траекторий развития потенциальных дискретных трещин является достаточно эффективным способом уменьшения нефизических значений растягивающих осевых напряжений в ТТ. Во втором расчете введение двух дискретных трещин позволило уменьшить уровень этих напряжений с 1000 до 300 МПа. В дополнительном расчете с четырьмя потенциальными трещинами (добавлены трещины, соответствующие сечениям $z = 2$ мм и $z = 8$ мм) максимальный уровень растягивающих осевых напряжений уменьшился до 100 МПа. В то же время при увеличении количества трещин уровень растягивающих окружных напряжений снижается не так значительно, чего недостаточно для достижения нужного эффекта. Следовательно, необходимо вводить радиальные трещины, разбивающие ТТ на фрагменты по различным секторам (что и наблюдается в эксперименте). Но для учета радиальных трещин надо рассматривать трехмерную постановку задачи или поперечное сечение ТВЭЛ [10, 11].

При применении модели размазанных трещин (при первом расчете) в процессе термомеханического нагружения в ТТ образовались четыре большие трещины (две со стороны внешней поверхности в центральной части и по одной вблизи торцов), расположенные в плоскости rz и имеющие древовидную структуру. В азимутальном направлении при использовании осесимметричного приближения появились не отдельные размазанные трещины, а целые подобласти материала, подвергнутого растрескиванию в этом направлении. Полученная система трещин (областей с введенными эффективными параметрами упругости) позволила в ходе всего расчета ограничить все растягивающие напряжения (радиальные, осевые и окружные) выбранным предельным значением (100 МПа). При изменении шага пространственной сетки расположение размазанных трещин могло меняться, но на качественном

уровне напряженно-деформированное состояние ТТ оставалось таким же.

Выводы

1. Выполнено моделирование растрескивания ТТ из диоксида урана в участке ТВЭЛ при выходе на режим работы с номинальной мощностью. Задача решена в осесимметричном термоупругом приближении с учетом неидеального теплового контакта ТТ с оболочкой.

2. Для учета растрескивания ТТ использованы методы размазанных и дискретных трещин. В методе размазанных трещин применена модель, использующая кривую разрушения материала (близкую к экспериментальной) для расчета эффективных модулей Юнга для трех главных осей тензора полных деформаций. При расчете методом дискретных трещин в ТТ закладывалось определенное количество траекторий потенциальных трещин, которые разбивали исходную ТТ на фрагменты, и решалась термоупругая задача с учетом их контактного взаимодействия.

3. Сравнительный анализ результатов расчета двумя методами показал, что модель размазанных трещин позволяет ограничить радиальные, осевые и окружные растягивающие напряжения значением, не превышающим выбранный предел прочности материала. Для метода дискретных трещин продемонстрировано, что введение заложенных поперечных трещин приводит к кратному уменьшению осевых растягивающих напряжений, но не позволяет существенно уменьшить окружные растягивающие напряжения. Чтобы достичь нужного эффекта для окружных напряжений, необходимо вводить не только поперечные трещины, но и радиальные, решая задачу в трехмерном приближении. В целом, несмотря на значительное количественное расхождение в результатах двух расчетов, на качественном уровне наблюдается сходство в расположении областей сжатия и растяжения для различных компонент тензора напряжений.

Литература

- [1] Yagnik S. *Fuel analysis and licensing code: FALCON MOD01*. Vol. 1. *Theoretical and numerical bases*. EPRI, Palo Alto, CA. 2004. 246 p.
- [2] Большов Л.А., ред. Труды ИБРАЭ РАН. Вып. 12. *Разработка и применение интегральных кодов для анализа безопасности*. Москва, Наука, 2011. 300 с.

- [3] Тарасов А.Е., Чалый Р.В., Томашик Д.Ю. и др. Исследование термомеханического поведения оболочек ТВЭЛов ВВЭР с помощью кода СОКРАТ/В1. *ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов*, 2019, № 2, с. 91–99.
- [4] Ватулин А.В., Каширин Б.А., Темис Ю.М. Учет несимметричных факторов при расчете дисперсионных твэлов на основе полупространственной теории стержней. *Препринт ВНИИНМ им. А.А. Бочвара*, 2002, № 2. 33 с.
- [5] Кузнецов В.И., Демьянов П.Г., Ханков А.А. и др. Облучение таблеточного топлива из дисилицида урана: верификация кода СТАРТ-4А. *Тез. док. XII Межд. конф. по реакторному материаловедению*. Димитровград, ГНЦ НИИАР, 2024, с. 126–128.
- [6] Фрост Б. *ТВЭЛы ядерных реакторов*. Москва, Энергоатомиздат, 1986. 248 с.
- [7] Галанин М.П., Родин А.С. Решение связанной задачи о термомеханическом контакте элементов твэла. *Прикладная механика и техническая физика*, 2024, т. 65, № 2, с. 99–109, doi: <https://doi.org/10.15372/PMTF202315387>
- [8] Качанов Л.М. *Основы механики разрушения*. Москва, Наука, 1974. 312 с.
- [9] Besson J., Cailletaud G., Chaboche J.-L. et al. *Non-linear mechanics of materials*. Springer, 2010. 433 p.
- [10] Lemaitre J. *A course on damage mechanics*. Springer, 1996. 228 p.
- [11] Dahlblom O., Ottosen N.S. Smeared crack analysis of concrete using a nonlinear fracture model. In: *Fracture Mechanics of Concrete. Nordic Seminar Held at Division of Building Materials*. Lund Institute of Materials, 1986, pp. 31–46.
- [12] Hillerborg A. Application of the fictitious crack model to different types of materials. *Int. J. Fract.*, 1991, vol. 51, no. 2, pp. 95–102, doi: <https://doi.org/10.1007/BF00033972>
- [13] Suzuki M., Saitou H. *Light water reactor fuel analysis code FEMAXI-6. Detailed structure and user's manual*. Japan Atomic Energy Agency, 2006. 415 p.
- [14] Галанин М.П., Лукин В.В., Родин А.С. и др. Модель разрушения хрупкого материала под действием тепловых нагрузок. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2014, № 6, с. 96–118. EDN: [TCSEKV](https://www.edn.ru/TCSEKV)
- [15] Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. *Математические модели термомеханики*. Москва, Физматлит, 2002. 168 с.
- [16] SCDAP/RELAP5/MOD3.1 Code Manual. Vol. IV. MATPRO — a library of materials. Properties for light-water-reactor accident analysis, Idaho National Engineering Laboratory, 1995. 668 p.
- [17] Bathe K.-J. *Finite element procedures*. Prentice-Hall, 1996. 1037 p.
- [18] Marchal N., Campos C., Gamier C. Finite element simulation of Pellet-Cladding Interaction (PCI) in nuclear fuel rods. *Comput. Mater. Sci.*, 2009, vol. 45, no. 3, pp. 821–826, doi: <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2008.10.015>
- [19] Wriggers P. *Computational contact mechanics*. Springer, 2006. 518 p.
- [20] Галанин М.П., Родин А.С. Исследование и применение метода декомпозиции области для моделирования тепловыделяющего элемента. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 2022, т. 62, № 4, с. 659–676.

References

- [1] Yagnik S. *Fuel analysis and licensing code: FALCON MOD01*. Vol. 1. *Theoretical and numerical bases*. EPRI, Palo Alto, CA. 2004. 246 p.
- [2] Bolshov L.A., ed. *Trudy IBRAE RAN. Vyp. 12. Razrabotka i primeneniye integralnykh kodov dlya analiza bezopasnosti* [Proceedings of IBRAE RAS. Iss. 12. Integral codes development and application for NPP safety analysis]. Moscow, Nauka Publ., 2011. 300 p. (In Russ.).
- [3] Tarasov A.E., Chalyy R.V., Tomashchik D.Yu. et al. Investigation of thermomechanical behavior of vver fuel rod claddings with SOCRAT/B1 code. *VANT. Ser. Fizika yadernykh reaktorov* [Problems of Atomic Science and Engineering], 2019, no. 2, pp. 91–99. (In Russ.).
- [4] Vatulín A.V., Kashirin B.A., Temis Yu.M. Accounting for asymmetric factors in the calculation of dispersion fuel rods based on half-space rod theory. *Preprint VNIINM im. A.A. Bochvara*, 2002, no. 2. 33 p. (In Russ.).
- [5] Kuznetsov V.I., Demyanov P.G., Khankov A.A. et al. [Irradiation of uranium disilicide fuel pellets: verification of the START-4A code]. *Tez. dok. XII Mezhd. konf. po reaktornomu*

- materialovedeniyu* [Abs. 12th Int. Conf. on Reactor Materials Science]. Dimitrovgrad, GNTs NIIAR Publ., 2024, pp. 126–128. (In Russ.).
- [6] Frost B.R.T. *Nuclear fuel elements*. Pergamon press, 1982. 275 p. (Russ. ed.: *TVELy yadernykh reaktorov*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986. 248 p.)
- [7] Galanin M.P., Rodin A.S. Solution to a coupled problem of thermomechanical contact of fuel elements. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2024, vol. 65, no. 2, pp. 99–109, doi: <https://doi.org/10.15372/PMTF202315387> (in Russ.). (Eng. version: *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2024, vol. 65, no. 2, pp. 265–273, doi: <https://doi.org/10.1134/S0021894424020081>)
- [8] Kachanov L.M. *Osnovy mekhaniki razrusheniya* [Fundamentals of fracture mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1974. 312 p. (In Russ.).
- [9] Besson J., Cailletaud G., Chaboche J.-L. et al. *Non-linear mechanics of materials*. Springer, 2010. 433 p.
- [10] Lemaitre J. *A course on damage mechanics*. Springer, 1996. 228 p.
- [11] Dahlblom O., Ottosen N.S. Smeared crack analysis of concrete using a nonlinear fracture model. In: *Fracture Mechanics of Concrete. Nordic Seminar Held at Division of Building Materials*. Lund Institute of Materials, 1986, pp. 31–46.
- [12] Hillerborg A. Application of the fictitious crack model to different types of materials. *Int. J. Fract.*, 1991, vol. 51, no. 2, pp. 95–102, doi: <https://doi.org/10.1007/BF00033972>
- [13] Suzuki M., Saitou H. *Light water reactor fuel analysis code FEMAXI-6. Detailed structure and user's manual*. Japan Atomic Energy Agency, 2006. 415 p.
- [14] Galanin M.P., Lukin V.V., Rodin A.S. et al. Fracture model for brittle material under the thermal loads. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2014, no. 6, pp. 96–118. EDN: TCSEKV (In Russ.).
- [15] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. *Matematicheskie modeli termomekhaniki* [Mathematical models of thermomechanics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2002. 168 p. (In Russ.).
- [16] SCDAP/RELAP5/MOD3.1 Code Manual. Vol. IV. MATPRO — a library of materials. Properties for light-water-reactor accident analysis. Idaho National Engineering Laboratory, 1995. 668 p.
- [17] Bathe K.-J. *Finite element procedures*. Prentice-Hall, 1996. 1037 p.
- [18] Marchal N., Campos C., Gamier S. Finite element simulation of Pellet-Cladding Interaction (PCI) in nuclear fuel rods. *Comput. Mater. Sci.*, 2009, vol. 45, no. 3, pp. 821–826, doi: <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2008.10.015>
- [19] Wriggers P. *Computational contact mechanics*. Springer, 2006. 518 p.
- [20] Galanin M.P., Rodin A.S. Investigation and application of the domain decomposition method for simulating fuel elements. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki*, 2022, vol. 62, no. 4, pp. 659–676. (In Russ.). (Eng. version: *Comput. Math. and Math. Phys.*, 2022, vol. 62, no. 4, pp. 641–657, doi: <https://doi.org/10.1134/S0965542522040078>)

Статья поступила в редакцию 06.02.2026

Информация об авторах

АРОНОВ Павел Сергеевич — кандидат физико-математических наук, научный сотрудник. Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (125047, Москва, Российская Федерация, Миусская пл., д. 4); доцент кафедры «Прикладная математика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: aronovps@mail.ru).

Information about the authors

ARONOV Pavel Sergeevich — Candidate of Science (Physics and Maths), Researcher. Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences (125047, Moscow, Russian Federation, Miusskaya Sq., Bldg. 4); Associate Professor, Department of Applied Mathematics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: aronovps@mail.ru).

ГАЛАНИН Михаил Павлович — доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник. Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (125047, Москва, Российская Федерация, Миусская пл., д. 4); профессор кафедры «Прикладная математика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: galan@keldysh.ru).

GALANIN Mikhail Pavlovich — Doctor of Science (Physics and Maths), Chief Researcher. Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences (125047, Moscow, Russian Federation, Miusskaya Sq., Bldg. 4); Professor, Department of Applied Mathematics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: galan@keldysh.ru).

РОДИН Александр Сергеевич — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник. Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (125047, Москва, Российская Федерация, Миусская пл., д. 4); доцент кафедры «Прикладная математика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: rals@bk.ru).

RODIN Aleksandr Sergeevich — Candidate of Science (Physics and Maths), Senior Researcher. Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences (125047, Moscow, Russian Federation, Miusskaya Sq., Bldg. 4); Associate Professor, Department of Applied Mathematics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: rals@bk.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Аронов П.С., Галанин М.П., Родин А.С. Сравнение различных методов моделирования растрескивания топливной таблетки из диоксида урана. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2026, № 10, с. 3–15.

Please cite this article in English as:

Aronov P.S., Galanin M.P., Rodin A.S. Comparison of various methods for modeling uranium dioxide fuel pellet cracking. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2026, no. 10, pp. 3–15.



**Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
предлагает читателям учебное пособие**

«Физическая химия»

Авторы: А.Л. Петелин, А.А. Новиков

Представлено краткое изложение курса физической химии, традиционно читаемого в технических университетах. Кроме теоретического материала в пособие включены примеры конкретных задач с решениями для лучшего освоения практических приемов использования теории.

Для бакалавров и специалистов, обучающихся по направлениям «Материаловедение и технология материалов» (22.03.01), «Ядерные реакторы и материалы» (14.05.01), а также для слушателей программы обучения «Материаловедение и технология материалов».

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>