УДК 535.317

# Особенности оценки качества системы дополненной реальности при наличии в ее оптической системе оптических и голографических элементов

**Кузнецов Алексей Станиславович** askuznetsov@bmstu.ru
SPIN-код: 8909-3004

**Ширанков Александр Федорович**(*) ashirankov@bmstu.ru
SPIN-код: 4642-3480

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

***Аннотация.*** *В настоящее время многие оптические приборы построены на базе оптической системы (ОС) дополненной реальности (ДР). Рассмотрены особенности расчета параметров качества ОС ДР, когда в ней присутствуют оптические и голографические или дифракционные элементы (ГОЭ, ДОЭ). Ход лучей в них не подчиняется законам геометрической оптики, что вызывает сложности и затрудняет традиционный порядок проектирования ОС ДР. Это может приводить к тому, что ее качество определяется лишь после изготовления и сборки макета прибора. Показано как преодолеть эту сложность, используя известные методы и соотношения для расчета актуальных критериев качества. Предоставлены примеры расчета необходимых параметров качества ОС ДР с голографическими элементами. В итоге наличие голографических элементов в ОС ДР не является препятствием для того, чтобы исключать важнейшие этапы ее проектирования и расчет параметров качества до изготовления макетов.*

***Ключевые слова:*** *оптическая система дополненной реальности, параметры качества, критерии качества, дифракционный интеграл, двумерные квадратуры, погрешность расчета*

# Features of assessing the quality of an augmented reality system when available in its optical system of optical and holographic elements

**Kuznetsov Alexey Stanislavovichм** askuznetsov@bmstu.ru
SPIN-code: 8909-3004

**Shirankov Alexander Fyodorovich**(*) ashirankov@bmstu.ru
SPIN-code: 4642-3480

*BMSTU, Moscow, Russia*

**Abstract.** Currently, many optical devices are based on the augmented reality optical system (OS). The features of calculating the quality parameters of OCR when it contains optical and holographic or diffraction elements (GOE, DOE) are considered. The course of the rays in them does not obey the laws of geometric optics, which causes difficulties and complicates the traditional order of designing axes. This can lead to the fact that its quality is determined only after the manufacture and assembly of the device layout. It shows how to

overcome this difficulty by using well-known methods and ratios to calculate relevant quality criteria. Examples of calculating the required quality parameters of an OCR with holographic elements are presented. As a result, the presence of holographic elements in the DR OS is not an obstacle in order to exclude the most important stages of its design and calculation of quality parameters before the production of layouts.

**Keywords:** augmented reality optical system, quality parameters, quality criteria, diffraction integral, two-dimensional quadrature, calculation error

**Введение.** Развитие и усложнение задач, выполняемых с помощью оптических систем дополненной реальности (ОСДР), неизбежно привело к появлению в их составе дифракционных и голографических элементов. Причем эти элементы при прохождении пучка лучей работают на основе дифракции и не подчиняются законам геометрической оптики. С одной стороны, это улучшает практически все характеристики ОСДР и существенно расширяет ее функциональные возможности. С другой стороны, это усложняет расчет и проектирование таких систем. Для определения параметров качества ОСДР, прежде всего, производится расчет базовой характеристики — пятна рассеяния, т. е. некогерентной функции рассеяния (НКФР). Затем по НКФР вычисляют функцию концентрации энергии по пятну рассеяния (ФКЭ), оптическую передаточную функцию (ОПФ) и коэффициент передачи модуляции (КПМ). Именно эти функции дают обобщенные параметры качества (диаметры кружков рассеяния, линейное или угловое разрешение ОСДР и т. п.).

Однако результаты обзора статей и интернета показывают, что достаточно часто встречаются случаи, когда расчет НКФР производится не по строгому определению, а для численного вычисления используются приближенные устаревшие методы. Кроме того, погрешность численного расчета НКФР обычно не указывается и остается неизвестной. Это вызывает недоверие к значениям обобщенных параметрам: диаметрам кружков рассеяния и разрешению ОСДР. В итоге — отказ от расчета параметров качества проектируемой системы, а ее качество определяется лишь на стадии макетирования после изготовления и сборки прибора. Часто такая проверка запоздала и разработку надо начинать с «0» с потерями времени и средств.

Материалы статьи показывают, как учесть эти особенности построения ОСДР и производить расчет всех необходимых параметров качества таких систем при их проектировании до трудоемкой стадии их изготовления. Это позволяет избежать неоправданной и дорогостоящей этапа макетирования без подтверждения требуемого качества проектируемой ОСДР.

**Материалы и методы.** В статье для описания ОСДР с ДОЭ (ГОЭ) использованы современные оптические математические модели, позволяющие достоверно описать их конструкцию и свойства. Для определения базовой характеристики качества ОСДР, пятна рассеяния (НКФР), используется вычисление дифракционного интеграла Кирхгофа [1]. Его численный расчет необходимо проводить с помощью квадратурных формул, обеспечивающих необходимую погрешность вычисления.

**Результаты.** Современные ОСДР, используемые для решения большинства задач, практически всегда имеют сложную ОС, которая содержит ГОЭ или ДОЭ. Обычно такие приборы являются многоканальными, а их оптическая ось традиционно имеет ряд изломов и представляет ломанную пространственную линию. Кроме того, имеются сложности общения с заказчиком: часто изначальные требования к критериям качества ОСДР необоснованно завышены; в качестве критериев качества более привычно использовать: дальность обнаружения типового объекта; изображение тестового объекта на заданной дальности.

Перечислим основные сложности при расчете параметров качества ОСДР и укажем, как их устранить.

1. Многоканальность ОС. Оптическая ось ОС — ломанная пространственная линия.

2. Наличие в ОС ГОЭ, ДОЭ, которые не подчиняются законам геометрической оптики.

3. Расчет НКФР производится не по строгому определению с неизвестной погрешностью.

4. Сложности общения с заказчиком по набору и значениям критериев качества ОСДР.

Расчет параметров качества ОС ДР при наличии сложностей, вызванных п. 1, не представляет особых проблем во всех программных продуктах. Для их расчета прежде всего производится расчет хода необходимых пучков лучей через такую ОС для каждого канала. Эта «трудность» устраняется повышением квалификации оптика, который производит проектирование прибора.

При наличии в схеме ОСДР ГОЭ, ДОЭ он вносит в проходящий волновой фронт фазовый сдвиг, который является функцией F его конструкции и вектора положения $S_{\text{пад}}(x, y)$. Пусть распределение функции F по апертуре элемента описывается функцией $F\left(\rho = \frac{h}{h_{\max}}\right) = A\rho^2 + B\rho^4$, где $h = \sqrt{x^2 + y^2}$; $h_{\max}$, A, B известны.

Для расчета вектора прошедшего ДОЭ луча q′, если на входе имеем входной луч с известными векторами направления $q(q_x, q_y, q_z)$ и положения $S_{\text{пад}}(x, y)$ используем обобщенный закон преломления лучей на ДОЭ с учетом дифракции:

$$\begin{cases} \Delta q'_x = n'q'_x - nq_x = \dfrac{M_p \lambda_{\text{тек}}}{T_x}; \\ \Delta q'_y = n'q'_y - nq_y = \dfrac{M_p \lambda_{\text{тек}}}{T_y}; \qquad q'_z = \sqrt{1 - q'^2_x - q'^2_y}. \end{cases} \tag{1}$$

где $\lambda_{\text{тек}}$ — текущая рабочая длина волны излучения, проходящего через ДОЭ; Mp — рабочий порядок дифракции ДОЭ; $T_x$, $T_y$ — линейный период (шаг) фазовой структуры ДОЭ в т. $(x, y)$.

Для периодов ДОЭ имеем:

$$T_x = \frac{2\pi}{F'_x} = \frac{\pi H^2}{x(A + 2B\rho^2)}; \quad T_y = \frac{\pi H^2}{y(A + 2B\rho^2)}. \tag{2}$$

В итоге для вектора q’ прошедшего луча получаем:

$$\begin{cases} \Delta q'_x = \dfrac{M_p \lambda_{тек}}{2\pi} \dfrac{2x}{H^2}(A + 2B\rho^2); \quad n'q'_x = nq_x - \Delta q'_x; \\ \Delta q'_y = \dfrac{M_p \lambda_{тек}}{2\pi} \dfrac{2y}{H^2}(A + 2B\rho^2); \quad n'q'_y = nq_y - \Delta q'_y; \quad q'_z = \sqrt{1 - q'^2_x - q'^2_y}. \end{cases} \tag{3}$$

Для корректного расчета базовой характеристики качества НКФР необходим расчет дифракционного интеграла (ДИ). Дифракционный интеграл изначально представляет собой поверхностный интеграл, который используется для расчета поля выходящего из ОС излучения по опорной сфере $Оп_1$. Его расчет позволяет определить распределение комплексной амплитуды, а затем и интенсивности поля пятна рассеяния ОС на поверхности анализа $Оп_2$ (рис. 1), т. е. параметры НКФР.

Он определен принципом Гюйгенса — Френеля и обычно записывается в виде дифракционного интеграла Кирхгофа [1]. При переходе от поверхностного интеграла к расчету интеграла по плоскости $X_1Y_1$ используется соотношение $dS_1=dx_1dy_1/cosNz$, где cosNz — косинус нормали Nz в т. $M_1$ относительно оси Z (или относительно вектора главного луча на выходе для наклонного пучка).

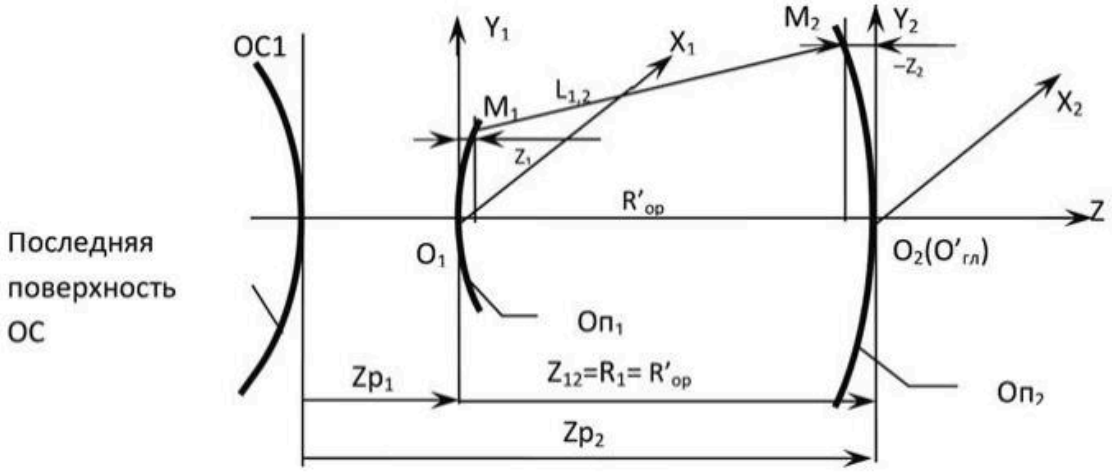



**Рис. 1.** Схема расчета дифракции осевого пучка излучения

Тогда для расчета амплитуды поля для любой точки анализа $M_2$ получаем традиционный двухмерный интеграл по плоскости $X_1Y_1$ в системе координат (СК) выходного зрачка:

$$A_2(M_2) = \left( -\frac{i}{2\lambda \cos Nz} \right) \iint_{K_1} \frac{(\cos a + \cos\beta) A_1(M_1) \exp\{ikL(M_1; M_2)\}}{L(M_1; M_2) dx_1 dy_1}. \quad (4)$$

В итоге для пятна рассеяния получаем:

$$НКФР(x_2, y_2, z_2) = A_2(x_2, y_2, z_2) A_2^*(x_2, y_2, z_2). \quad (5)$$

Здесь $\lambda$ — длина волны ($k = 2\pi/\lambda$); $K_1$ — контур проекции действующей зоны $Оп_1$ на плоскость $X_{1Н}Y_1$; $A_1(x_1, y_1, z_1) = \tau_a(x_1, y_1)\exp\{ikW(x_1, y_1)\}$ — распределение комплексной амплитуды поля излучения на $ОП_1$; ($\tau_a(x_1,y_1)$ — амплитудное пропускание; $W(x_1,y_1)$ — волновая аберрация ОС); расстояния $Zp_1$, $Zp_2$ — известны из параксиального расчета; $Z_{12} = Zp_2 - Zp_1$; $\alpha$ — угол падения излучения на $Оп_1$ (вектор $M_1Q_2$): для малых аберраций можно считать $\alpha = 0$; $\beta$ — угол дифракции излучения из $M_1$ в т. анализа $M_2$ (угол между вектором $M_1$ $M_2$ и осью); $L(x_1, y_1; x_2, y_2)$ — косая длина между точками $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$.

Угол $\beta$ и косая длина $L(M_1; M_2)$ находятся методами аналитической геометрии по координатам т. $M_1$ и $M_2$ в одной СК. Причем не важно — в какой зоне дифракции (дальней или ближней) находится плоскость изображения при расчете НКФР (пятна рассеяния). Это относится к случаям, когда расстояние от ОСДР до изображения составляет метры, что намного меньше дистанции Фраунгофера.

В общем случае ДИ (4) аналитически не берется и его численный расчет следует проводить с помощью необходимых квадратурных формул, которые гарантируют обеспечение заданной погрешности. Обычно расчет НКФР заканчивают на контуре, где интенсивность поля становится меньше, чем 0,01 % от максимальной интенсивности внутри пятна анализа.

При этом для любой т. $M_2$ внутри указанного пятна анализа допускается погрешность вычисления интенсивности порядка 0,1–1,0 % относительно указанной максимальной интенсивности. Для обеспечения этих требований (при максимуме волновой аберрации ОС до 2–3 длин волн) достаточно использовать квадратуру Гаусса, обеспечивающую наивысшую точность вычисления ДИ (4) без необходимости дробления области интегрирования.

Здесь важно отметить, что в частных случаях (в дальней зоне дифракции и для осевого падения) выражение (4) приводится к виду преобразования Фурье от функции $A_1(x_1, y_1, z_1)$ выходного зрачка. В этом случае недопустимо для расчета ДИ использовать алгоритм так называемого «быстрое преобразование Фурье». Он использует квадратуру прямоугольников с наименьшей точностью расчета. Погрешность этого расчета достигаем 30 % и более, что приводит к заведомо неверному прогнозу относительно качества проектируемого прибора.

Также полезно провести тестирования точности численного метода расчета ДИ. В этом случае целесообразно для осевого падения и условно считая, что ОС не имеет аберраций провести расчет ее НКФР. Тогда можно сравнить результаты расчета с известной аналитической формулой и получить оценку

погрешности вычисления. В результате учета указанных особенностей структуры и состава ОСДР, а также применения современных математических моделей и численных методов было разработано собственное ПО. Данное ПО при проектировании ОСДР позволяет с заданной точностью получить не только основные характеристики качества (НКФР, ФКЭ, КПМ), но и ряд параметров, которые интересны заказчику прибора. К ним прежде всего относятся: реальное изображение тестового объекта на указанных дальностях и МДВ; вид изображения размерной сетки и используемых символьных знаков (символов) в прочего углового поля зрения; дисторсия и кривизна поверхности изображения, и другие параметры.

В частности, на рис. 2 приведены примеры расчета ФКЭ и относительной дисторсии ряда проектируемых ОСДР, а на рис. 3 — примеры расчета реального изображения тестового объекта и вид изображения используемых символьных знаков (символов) внутри поля зрения.

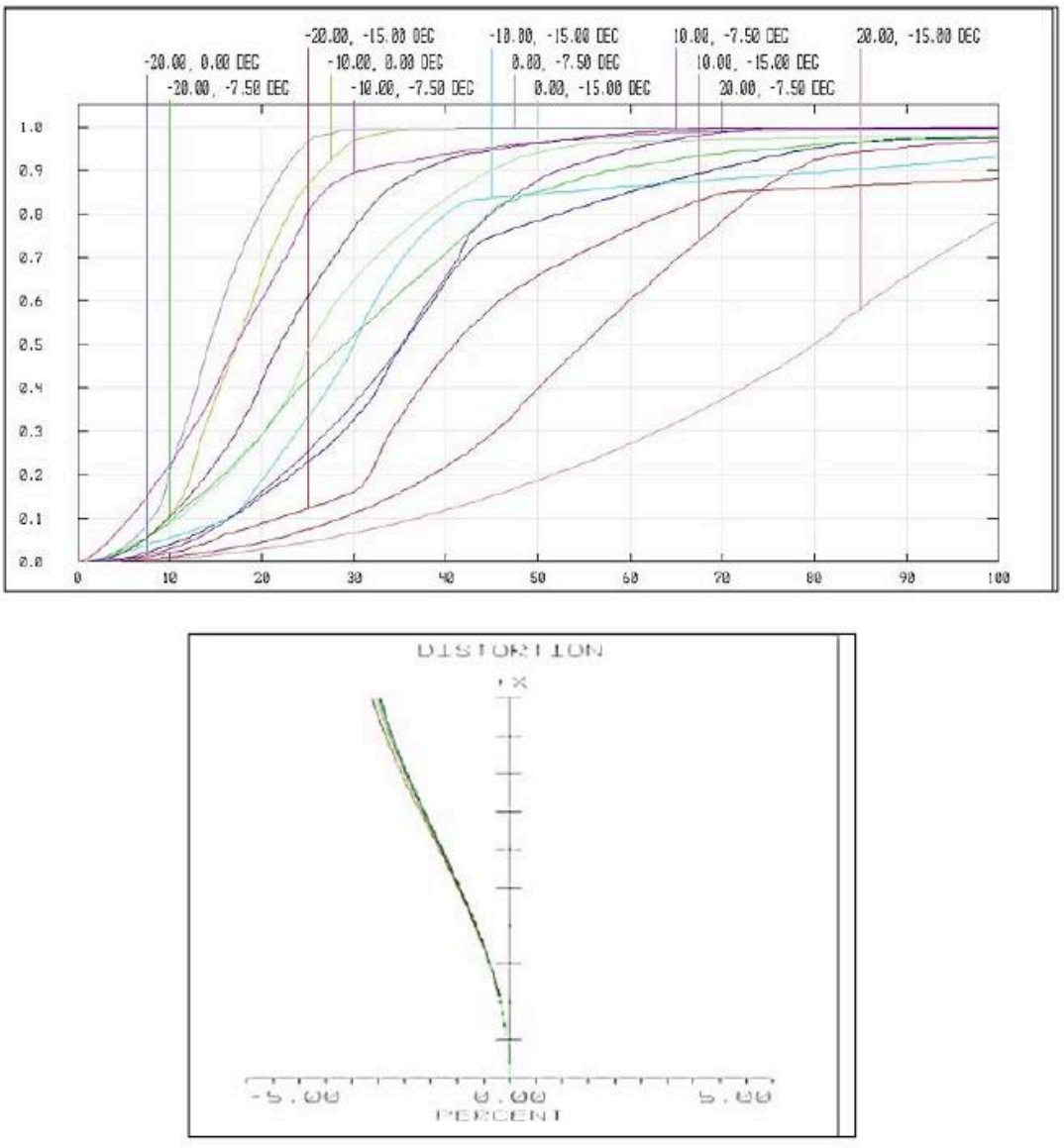



**Рис. 2.** Функция концентрации энергии ОСДР по полю зрения и относительная дисторсия

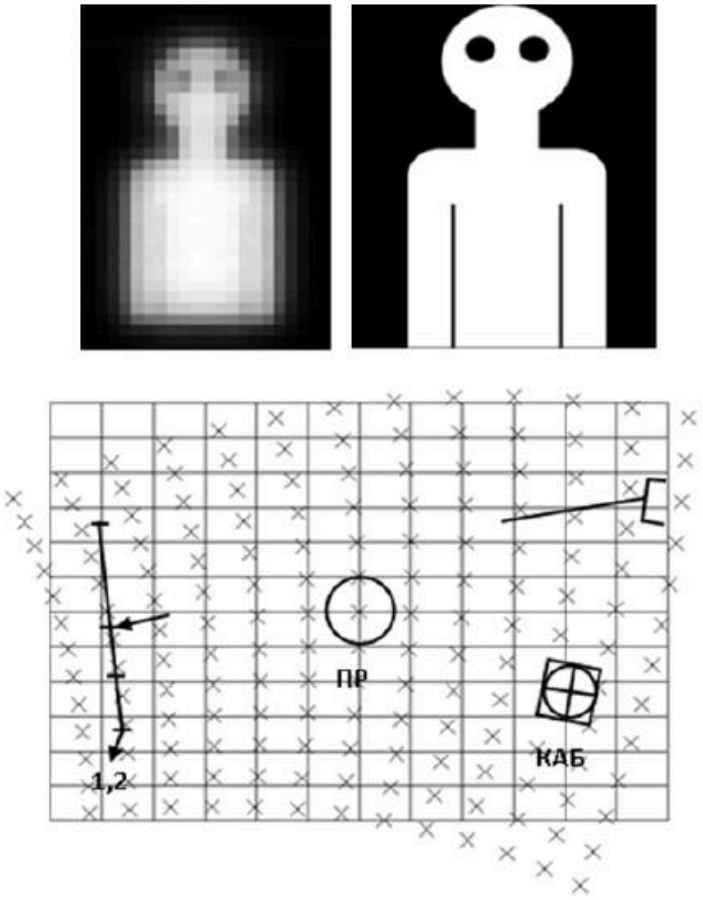



**Рис. 3.** Вид размерной сетки и символьных знаков внутри поля зрения.
Реальное изображение тестового объекта на заданной дальности при МДВ 10 км

**Обсуждение полученных результатов.** Наличие ДОЭ (ГОЭ) в схеме ОСДР не является препятствием проектирования ее оптической схемы и расчета параметров качества до этапа изготовления. Показано, как преодолеть указанные сложности. Использование современных математических моделей и численных методов расчета ОС обеспечивает полноту и быстроту разработки ОСДР с гарантией требуемого качества изображения. Причем достигается выигрыш по ТТХ от 10 до 30 %.

**Заключение.** Показана возможность и целесообразность проведения полного цикла проектирования ОСДР при наличии в ее схеме ДОЭ (ГОЭ). При этом использование современных математических моделей и численных методов позволяет не только сократить трудоемкость и время разработки таких приборов, но и улучшить их характеристики.

## Список источников

[1] Хорохоров А.М. *Основы оптики в техническом университете*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021, 389 с.