

УДК 53.087.353

Расчет фазы голограммного оптического элемента на произвольной подложке для проекционной системы

Янь Чжэюй^(*)

chzheyui@yandex.ru

Шишова Мария Владимировна

mshishova@bmstu.ru

SPIN-код: 3242-9641

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. Отражательные голограммные оптические элементы (ГОЭ) применяются как выходные компоненты проекторов дополненной реальности. Системы с ГОЭ обладают высокой энергетической эффективностью, большим угловым полем, и высокой компактностью. Моделирование таких систем является сложной задачей, когда ГОЭ нанесен на подложку произвольной формы, например, лобовое стекло. Предложена последовательность синтеза фазы аналогового отражательного ГОЭ на подложке с любой функцией описания, который позволяет моделировать и оптимизировать оптические системы с ГОЭ в Zemax.

Ключевые слова: голограммный оптический элемент, фаза, подложка с произвольной формой, полиномы Цернике

Phase calculation of hologram optical element on freeform surface for projection systems

Yan Zheyu^(*)

chzheyui@yandex.ru

Shishova Maria Vladimirovna

m.shishova@bmstu.ru

SPIN-code: 3242-9641

BMSTU, Moscow, Russia

Abstract. Reflective holographic optical elements (HOE) are used as output components of augmented reality projectors. Systems with HOE enjoy large angular field, high compactness and energy efficiency. Modelling such systems, when HOE lies on an arbitrary substrate (for example, a car windshield), is a complex task. Most programmes only support modelling HOE on plain substrate. This paper proposes a sequence for calculating the phase of an analogue reflective HOE on any arbitrary substrate, which helps modelling and optimizing optical systems with HOE in software like Zemax.

Keywords: holographic optical element, phase, arbitrary shape substrate, Zernike polynomials

Введение. Отражательные голограммные оптические элементы (ГОЭ) часто применяются как выходной комбайнер для проекционной системы дополненной реальности. Благодаря внеосевой геометрии и высокой селективности ГОЭ, эти системы имеют большое угловое поле, высокую компактность и энергетическую эффективность относительно традиционных систем с ло-

бового стекла. Если первые исследования в этой области предлагали использовать ГОЭ без оптической силы [1], то развитие области привело к использованию голограммных асферических зеркал на плоских или криволинейных подложках [2, 3]. В работе предлагается алгоритм расчета фазы ГОЭ на подложке произвольной формы, который в перспективе позволит проектировать компенсаторы аберраций в схемах записи ГОЭ и моделировать оптические системы с ГОЭ.

Материалы и методы. В работе предлагается метод синтеза ГОЭ для автомобильных проекционных систем, позволяющий интегрировать ГОЭ в оптическую систему, описанную с помощью функции Zernike Standard Phase в Ansys Zemax OpticStudio. Предложенный метод расчета фазы ГОЭ основан на векторном описании пучков при восстановлении ГОЭ. Алгоритм синтеза фазы ГОЭ реализован в MATLAB с применением сортировки данных фазы по координатам x и y , интегрирования для получения фазовой поверхности, аппроксимации данных фазы путем решения нелинейной задачи подгонки по методу наименьших квадратов, а также аппроксимации полиномами Цернике.

Результаты. На первом этапе расчета фазы ГОЭ проводится вычисление габаритных параметров: фокусного расстояния, поля зрения и размер ГОЭ. Входными данными при этом являются: размер айбокса, расстояние от ГОЭ до виртуального изображения на проекционной дистанции, расстояние от ГОЭ до глаза водителя, расстояние от ГОЭ до дисплея (исходное изображение), угол наклона дисплея, размер дисплея и мнимое изображение. Габаритный расчет реализуется трассировкой лучей в MATLAB. Лучи трассируют от точек подбора в айбоксе до точек подбора на мнимом изображении, как показано на рис. 1.

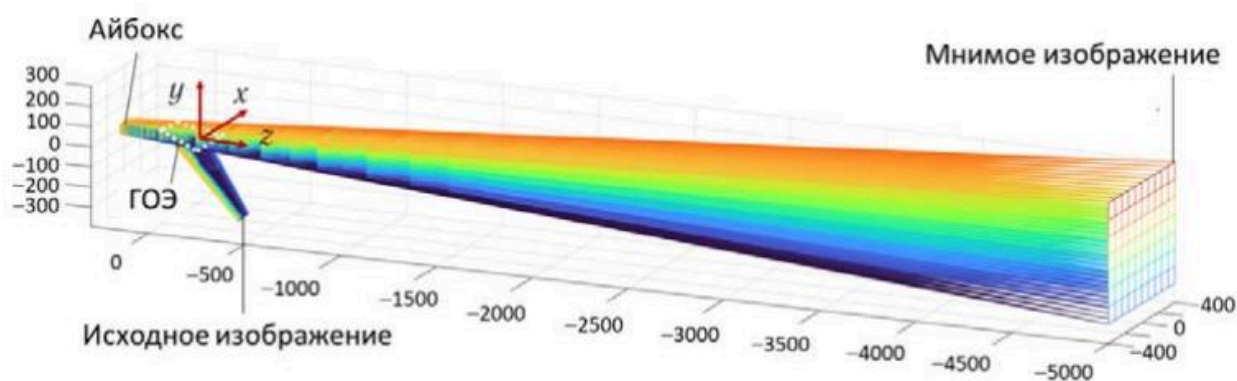


Рис. 1. Трассировка лучей в MATLAB

На втором этапе проводится расчет частной производной фазы ГОЭ $\phi(x, y)$ для N точек подбора на ГОЭ. Частные производные фазы ГОЭ рассчитываются через выражения [4, 5]

$$\left. \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} \right|_p = k_{diff, x_p} - k_{in, x_p} + (k_{diff, z_p} - k_{in, z_p}) \left. \frac{\partial Z(x, y)}{\partial x} \right|_p; \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} \right|_p = k_{diff, y_p} - k_{in, y_p} + (k_{diff, z_p} - k_{in, z_p}) \left. \frac{\partial Z(x, y)}{\partial y} \right|_p, \quad (2)$$

где $k_{diff, x}$, $k_{diff, y}$, $k_{diff, z}$ — проекции вектора дифрагированной волны для точки p на оси координат x , y , z соответственно; $k_{in, x}$, $k_{in, y}$, $k_{in, z}$ — проекции вектора падающей волны на оси координат x , y , z соответственно; $\phi(x, y)$ — фазовая функция ГОЭ; $Z(x, y)$ — форма подложки ГОЭ.

На рис. 2, а показан результат расчета по формулам (1) и (2). Проекции векторов падающей и дифрагированной волн на оси x , y и z рассчитываются через координаты точек на дисплее и в айбоксе.

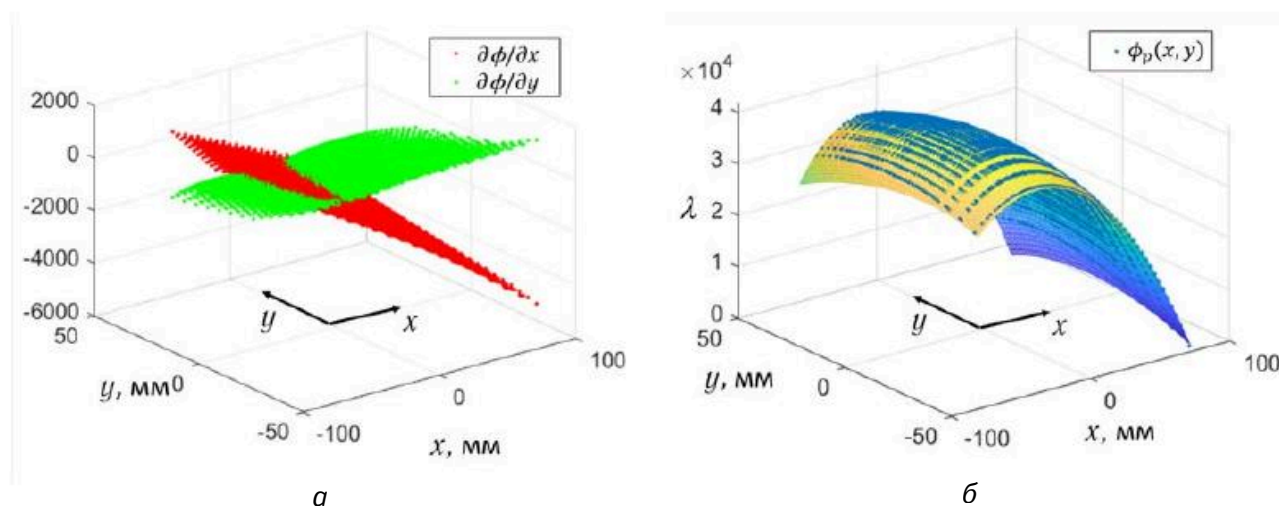


Рис. 2. Результаты расчета фазы:

а — поверхности частных производных; б — фазовая поверхность ГОЭ

На третьем этапе проводится расчет двумерного дискретного интеграла для расчета $\phi(x, y)$ в точках отбора по выражению

$$\phi_p(x, y) = \sum_{i \geq 0, j \geq 0}^{1 \leq i+j \leq N} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{ij} (dx)_{ij} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{ij} (dy)_{ij} \right], \quad (3)$$

где dx и dy — разницы координат точек подбора на ГОЭ; N — номер значения в матрице, согласованный с количеством точек отбора. Чем больше количество точек отбора, тем меньше будут значения у dx и dy , и в итоге тем точнее $\phi(x, y)$.

На четвертом этапе на основе рассчитанных по формуле (3) значений $\phi_p(x, y)$ проводится получение фазовой функции $\phi(x, y)$ путем поиска по методу наименьших квадратов (МНК) к полиномиальному виду

$$\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda_r} \sum_{i \geq 0, j \geq 0}^{1 \leq i+j \leq N} A_{i,j} x^i y^j, \quad (4)$$

где λ_r — длина волны записи; N — высочайший порядок в полиноме; $A_{i,j}$ — коэффициенты, вычисляемые с помощью функции *Iscurvefit* в MATLAB, которая реализует МНК.

На заключительной этапе проводится переход к полярным координатам и аппроксимация функции $\phi(\rho, \theta)$ полиномами Цернике для ее использования в качестве поверхности в программном обеспечении Zemax. Способ индексации в полиноме соответствует описанию *P. Нолла* [6]. Вид полиномов при использовании Zernike Standard Phase описывается выражением

$$\phi(\rho, \theta) = \sum_j^{j \leq 15} a_j Z_j(\rho, \theta), \quad (5)$$

где a_j — коэффициенты.

Обсуждение полученных результатов. Для апробации метода была рассчитана фазовая функция ГОЭ на лобовом стекле для проекционной системы на автомобиле со параметрами, представленными в таблице 1.

Таблица 1

Геометрические параметры

Параметр	Значение
Размер дисплея, мм	56×42
Размер изображения, мм	800×600
Размер айбокса, мм	100×50
Расстояние от ГОЭ до дисплея, мм	300
Расстояние от ГОЭ до изображения, мм	3000
Вынос зрачка, мм	500
Угол между осью дисплея и осью наблюдения, градус	130°
Фокусное расстояние ГОЭ, мм	272,7
Поле зрения по диагонали, градус	14,5°

На рис. 2, б показан вид итоговой фазовой поверхности и точки на основе которых проводился поиск по МНК. При аппроксимации полиномами Цернике были учтены первые 15 членов.

Перспективой развития метода является переход к расчету фаз волновых фронтов записывающих пучков. Предварительное моделирование ГОЭ позволит проектировать компенсаторы aberrаций для формирования произвольных волновых фронтов в опорной ветви записи.

Таблица 2

Коэффициенты полинома Цернике

Индекс k	Коэффициенты, a_k	Индекс k	Коэффициенты, a_k
1	27446,08	2	-290,06
3	-7896,47	4	117,51
5	-966,38	6	-405,31
7	-6870,00	8	135,24
9	689,46	10	-85,24
11	-842,03	12	-497,45
13	197,09	14	258,82
15	-45,96	–	–

Заключение. В работе рассмотрен метод синтеза фазовой функции ГОЭ, используемого в проекционных системах дополненной реальности.

Список источников

- [1] Colburn W.S., Chang B.J. Holographic combiners for head up displays. Tech Report No. AFAL-TR-77-110, 1977.
- [2] Wang Z., Li Y., Liu Y. et al. Holographic multiplane augmented reality head-up display with switchable display modes based on polymer dispersed liquid crystal. Applied Optics, 2024, vol. 63, no. 3, pp. 692–698. <https://doi.org/10.1364/AO.507425>
- [3] Jang C., Kim S., Lee B. et al. Design and fabrication of freeform holographic optical elements. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2020, vol. 39, no. 6, pp. 1–15. <https://doi.org/10.1145/3414685.3417773>
- [4] Fairchild R.C., Fienup J.R. Computer-originated aspheric holographic optical elements. Optical Engineering, 1982, vol. 21, no. 1, pp. 133–140. <https://doi.org/10.1117/12.7972863>
- [5] Shu T., Kim J., Lee J. et al. P-4.6: Curved augmented reality display using printed freeform holographic optical element. SID Symposium Digest of Technical Papers, 2024, vol. 55, pp. 771–774. <https://doi.org/10.1002/sdtp.16906>
- [6] Noll R.J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence. Journal of the Optical Society of America, 1976, vol. 66, no. 3, pp. 207–211. <https://doi.org/10.1364/JOSA.66.000207>