



**ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ**

**(12) ОПИСАНИЕ ПОЛЕЗНОЙ МОДЕЛИ К ПАТЕНТУ**

(21)(22) Заявка: 2014154118/12, 30.12.2014

(24) Дата начала отсчета срока действия патента:  
30.12.2014

Приоритет(ы):

(22) Дата подачи заявки: 30.12.2014

(45) Опубликовано: 10.09.2015 Бюл. № 25

Адрес для переписки:

105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, 5, стр. 1,  
МГТУ им. Н.Э. Баумана, ЦЗИС, для Витушкина  
В.В. (каф. ФН-3)

(72) Автор(ы):

Дубинин Владимир Валентинович (RU),  
Витушкин Вячеслав Валентинович (RU)

(73) Патентообладатель(и):

федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего  
профессионального образования  
"Московский государственный технический  
университет имени Н.Э. Баумана" (МГТУ  
им. Н.Э. Баумана) (RU)

**(54) УСТРОЙСТВО ДЛЯ ДЕМОНСТРАЦИИ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ**

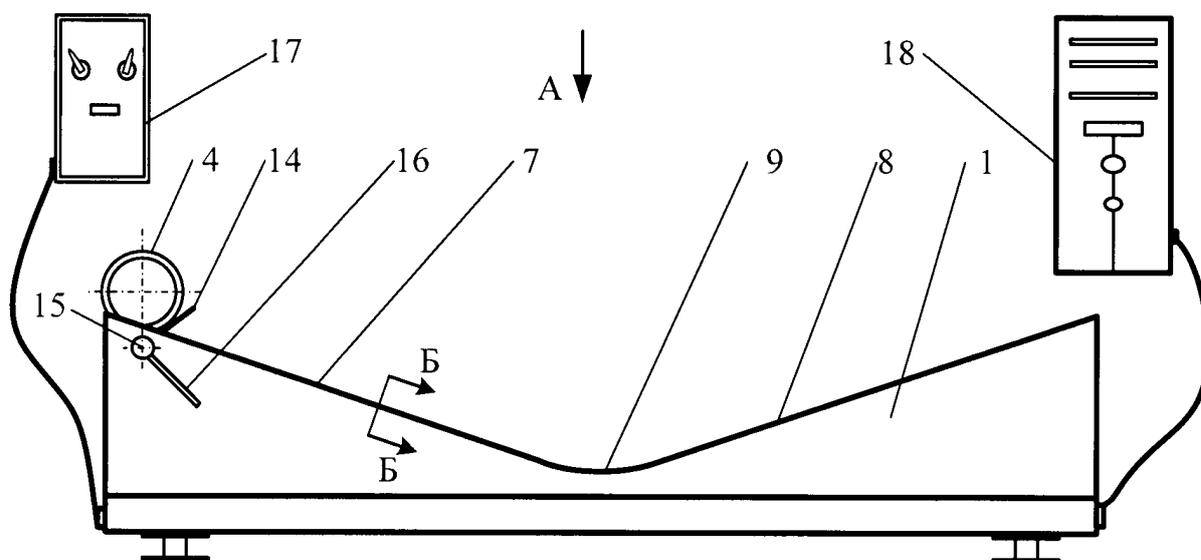
Формула полезной модели

1. Устройство для демонстрации и исследования плоско-параллельного движения тел, содержащее неподвижное основание, направляющие, закрепленные на основании параллельно друг другу с наклоном по отношению к горизонтали, тела качения одинаковой массы, но с различными моментами инерции относительно их центральных осей, выполненные с цилиндрическими опорными поверхностями одинакового диаметра, которыми они установлены на направляющих с возможностью качения, и механизм фиксации тел в начальном верхнем положении на направляющих, отличающееся тем, что каждая из направляющих выполнена из двух частей с встречным наклоном, нижние концы которых сочленены между собой посредством цилиндрических участков, и снабжена потенциометром, выполненным в виде двух закрепленных на направляющей продольных пластин из электроизоляционного материала с наружным токопроводящим покрытием, причем покрытие одной из этих пластин разделено на отдельные поперечные сегменты, электрически соединенные между собой посредством резисторов, опорные поверхности каждого из тел электрически соединены между собой и контактируют с токопроводящими покрытиями пластин, при этом устройство снабжено блоком электропитания потенциометров и блоком регистрации и обработки их сигналов.

2. Устройство по п. 1, отличающееся тем, что механизм фиксации тел в начальном верхнем положении на направляющих выполнен в виде упоров, установленных в отверстиях направляющих и закрепленных на общей оси, которая установлена на основании и снабжена рукояткой ее поворота.

3. Устройство по п. 1, отличающееся тем, что в качестве блока регистрации и обработки сигналов датчиков применен персональный компьютер с аналого-цифровым преобразователем.

Полезная модель относится к учебно-исследовательскому оборудованию по теоретической механике и представляет собой устройство для исследования плоско-параллельного движения тел. Оно содержит основание с параллельными наклонными направляющими, тела качения одного диаметра и одинаковой массы, но с различными моментами инерции и механизм фиксации тел в начальном положении. Каждая из направляющих выполнена из двух частей с встречным наклоном, сочлененных посредством цилиндрического участка, и снабжена потенциометром в виде двух закрепленных на направляющей пластин из электроизоляционного материала с токопроводящим покрытием, электрически соединенных между собой телами качения. При этом покрытие одной из пластин каждого потенциометра разделено на отдельные сегменты, соединенные посредством резисторов. Кроме того, устройство снабжено блоком электропитания потенциометров и блоком регистрации и обработки их сигналов, в качестве которого применен персональный компьютер с аналого-цифровым преобразователем. 2 з.п. Формулы, 7 илл.



RU 154827 U1

RU 154827 U1

## Область техники

Полезная модель относится к учебно-исследовательскому оборудованию по теоретической механике и может быть использована в высших технических учебных заведениях при изучении закономерностей плоскопараллельного движения тел.

### 5 Уровень техники

Известен прибор по механике, предназначенный для демонстрации выполнения в механической системе общих теорем динамики, содержащий неподвижное основание, на котором установлена подвижная платформа с закрепленным на ней наклонным желобом, выполненным из двух частей, сочлененных между собой посредством  
10 механизма расцепления с шарообразным телом, выступающим над внутренней поверхностью желоба, груз в виде шара, устройство для удержания груза в верхней части желоба и указатель положения платформы на основании, выполненный в виде линейки (см. Авторское свидетельство СССР №1797146, кл. G09B 23/06, 1990 г.).

Данный прибор позволяет лишь приблизительно продемонстрировать выполнение в  
15 системе общих теорем динамики, т.к. в нем нет плавного сопряжения частей желоба между собой, в результате чего переход тела с одного желоба на другой сопровождается ударами с потерями энергии, и не обеспечивается плоско-параллельность движения тела, поскольку в качестве такового используется шар. Кроме того, данный прибор не  
20 позволяет продемонстрировать влияние моментов инерции тел на их движение и в нем не обеспечивается измерение перемещений тела и его скоростей, что не позволяет проводить количественную проверку выполнения общих теорем динамики.

Известно также устройство для демонстрации и исследования плоскопараллельного движения тел, содержащее неподвижное основание, направляющие, закрепленные на основании параллельно друг другу с наклоном по отношению к горизонтали, тела  
25 качения одинаковой массы, но с различными моментами инерции относительно их центральных осей, выполненные с цилиндрическими опорными частями одинакового диаметра, которыми они установлены на направляющих с возможностью качения, и механизм фиксации тел в начальном верхнем положении на направляющих (см. Авторское свидетельство СССР №879629, кл. G09B 23/06, 1980 г.).

Однако в указанном устройстве отсутствуют средства измерения перемещений тел  
30 и их скоростей и нет вторых частей направляющих с встречным наклоном, что не позволяет количественно исследовать выполнение общих теорем динамики, в том числе оценивать потери механической энергии при качении тел. Это существенно сужает учебные и исследовательские возможности устройства при демонстрации и исследовании  
35 характеристик плоскопараллельного движения тел.

### Раскрытие полезной модели

Задача полезной модели заключается в расширении исследовательских возможностей устройства, а также в повышении информативности и точности демонстрации и исследования характеристик плоско-параллельного движения тел.

40 Задача решается тем, что в устройстве для исследования плоскопараллельного движения тел каждая из направляющих выполнена из двух частей с встречным наклоном, нижние концы которых сочленены между собой посредством цилиндрических участков, и снабжена потенциометром, выполненным в виде двух закрепленных на направляющей продольных пластин из электроизоляционного материала с наружным токопроводящим  
45 покрытием, причем покрытие одной из этих пластин разделено на отдельные поперечные сегменты, электрически соединенные между собой посредством резисторов, опорные части каждого из тел качения снабжены двумя ободами, электрически соединенными между собой и контактирующими с токопроводящими покрытиями пластин. При этом

механизм фиксации тел выполнен в виде упоров, установленных в отверстиях направляющих и закрепленных на общей оси, которая установлена на основании и снабжена рукояткой ее поворота. Кроме того, устройство снабжено блоком электропитания потенциометров и блоком регистрации и обработки их сигналов, причем в качестве блока регистрации и обработки сигналов датчиков применен персональный компьютер с аналого-цифровым преобразователем.

#### Перечень фигур

На фиг. 1-2 представлен общий вид устройства.

На фиг. 3-4 показана конструкция измерительных потенциометров устройства.

На фиг. 5-6 показана конструкция тел качения.

На фиг. 7 приведена расчетная схема движения тел качения.

#### Осуществление полезной модели

Общий вид устройства и конструктивное выполнение его основных элементов приведены на фиг. 1-6 (здесь блок электропитания и блок записи и обработки сигналов датчиков показаны условно на фиг. 1 и не показаны на других фиг.).

Устройство для демонстрации и исследования плоско-параллельного движения тел содержит неподвижное основание 1, направляющие 2 и 3, закрепленные на основании параллельно друг другу с одинаковым наклоном по отношению к горизонтали, тела качения 4 и 5 одинаковой массы, но с различными моментами инерции относительно их центральных осей, и механизм фиксации тел в начальном верхнем положении на направляющих. Тела качения выполнены с цилиндрическими опорными поверхностями 6 одинакового диаметра, которыми они установлены на направляющих с возможностью качения.

Каждая из направляющих 2, 3 выполнена из двух частей 7 и 8 с встречным наклоном, нижние концы которых сочленены между собой посредством цилиндрического участка 9, и снабжена потенциометром, выполненным в виде двух закрепленных на направляющей продольных пластин 10, 11 из электроизоляционного материала с наружным токопроводящим покрытием. При этом покрытие одной из этих пластин - 11 разделено на отдельные поперечные сегменты 12, электрически соединенные между собой посредством резисторов 13, а опорные поверхности 6 каждого из тел качения контактируют с токопроводящими покрытиями пластин и электрически соединены между собой, - например, тела выполнены полностью из металла. Кроме того, механизм фиксации тел выполнен в виде упоров 14, установленных в отверстиях направляющих и закрепленных на общей оси 15, которая установлена на основании и снабжена рукояткой 16 ее поворота, устройство снабжено блоком 17 электропитания потенциометров и блоком 18 регистрации и обработки их сигналов, причем в качестве блока регистрации и обработки сигналов датчиков применен персональный компьютер с аналого-цифровым преобразователем.

Каждое из тел качения 4, 5 представляет собой полый цилиндр, внутри которого с помощью шпилек 19 и гаек 20 симметрично относительно продольной оси цилиндра закреплены одинаковые по размерам и массе грузы 21. При этом у одного из тел (тело 4 на фиг. 6) грузы закреплены у внутренней стенки цилиндра, а у другого тела (тело 5 на фиг. 6) грузы закреплены у его продольной оси. Это обеспечивает существенно больший момент инерции у тела 4 по сравнению с телом 5 при одинаковой их массе.

Работает устройство следующим образом.

Перед проведением экспериментов тела качения 4, 5 устанавливаются в верхних положениях на упорах 14 и подают постоянное электрическое напряжение от блока 17 на токопроводящие слои пластин 11 потенциометров в начале о конце направляющих

2, 3. При этом с помощью блока 18 регистрируют поступающие через тела напряжения, соответствующие начальным координатам точек касания тел и направляющих и, соответственно, центров масс тел относительно направляющих.

При проведении экспериментов поворотом рукоятки 16 одновременно убирают упоры 14 и освобождают тела 4, 5. Под действием сил тяжести тела начинают катиться вниз по частям 7 направляющих, проходят цилиндрические участки 9 и поднимаются вверх по частям 8 до остановки, после чего происходит обратное перемещение тел. Визуальное наблюдение за процессом движения позволяет определить различие кинематических параметров движения тел с разными моментами инерции: большие значения скорости и ускорения центра масс у тела с меньшим моментом инерции, а также одинаковые величины подъема центров масс тел одинаковой массы на участках 8 направляющих.

Действительно, при одинаковой начальной высоте  $h_1$  (см. фиг. 7) расположения тел на направляющих, т.е. при одинаковом начальном значении их потенциальной энергии и равных по величине потерях механической энергии вследствие трения качения и сопротивления воздуха, тела должны подниматься на одинаковую высоту  $h_2$ . При этом, если воспользоваться для плоско-параллельного движения тел теоремой об изменении кинетической энергии, можно записать для каждого из тел:

$$dT = \sum dA,$$

где  $dT$  - дифференциал кинетической энергии тела,  $\sum dA$  - сумма элементарных работ действующих на тело сил.

В данном случае при качении тела по направляющим без проскальзывания его кинетическая энергия  $T$  равна

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}_C^2 + \frac{1}{2} J_{Cz} \omega^2 = \frac{1}{2} \dot{x}_C^2 \left( m + \frac{J_{Cz}}{r^2} \right),$$

где  $m$  - масса тела,  $\dot{x}_C$  - скорость центра масс  $C$  (см. фиг. 7),  $J_{Cz}$  - момент инерции относительно центральной оси тела,  $\omega = \dot{x}_C / r$  - угловая скорость вращения вокруг центра масс,  $r$  - радиус поверхности качения.

Соответственно для дифференциала кинетической энергии имеем

$$dT = \left( m + \frac{J_{Cz}}{r^2} \right) \dot{x}_C dx_C,$$

или с учетом того, что  $\dot{x}_C = dx_C / dt$ , а  $d\dot{x}_C / dt = \ddot{x}_C$ , где  $t$  - время,  $\ddot{x}_C$  - ускорение центра масс тела получаем

$$dT = \left( m + \frac{J_{Cz}}{r^2} \right) \frac{dx_C}{dt} d\dot{x}_C = \left( m + \frac{J_{Cz}}{r^2} \right) \ddot{x}_C dx_C.$$

Для суммы элементарных работ действующих на тело сил, пренебрегая сопротивлением воздуха, в текущем положении на участке 7 направляющей можно записать уравнение

$$\sum dA = dA(\bar{P}) + dA(M_K) = P dx_C \sin \alpha - M_K d\varphi,$$

где  $\bar{P}$  - вес тела,  $M_K$  - момент трения качения,  $dx_C$  - элементарное перемещение центра масс тела,  $d\varphi$  - элементарный угол поворота тела при качении.

Элементарная работа силы трения скольжения  $F_{тр}$  в данном случае равна нулю, т.к. качение тела происходит без скольжения.

Для веса тела, момента трения качения, а также для элементарного угла поворота тела при его качении без скольжения имеем соотношения

$$P=mg, M_k=f_k N=f_k mg \cos \alpha, d\varphi=dx_C/r,$$

где  $g$  - ускорение свободного падения,  $f_k$  - коэффициент трения качения,

$N$  - величина нормальной реакции.

Учитывая эти соотношения, для суммы элементарных работ действующих на тело сил имеем

$$\sum dA=mg dx_C \sin \alpha - (f_k mg/r) dx_C \cos \alpha.$$

Окончательно для теоремы об изменении кинетической энергии можно записать соотношение

$$\left( m + \frac{J_{Cz}}{r^2} \right) \ddot{x}_C dx_C = mg dx_C \left( \sin \alpha - \frac{f_k}{r} \cos \alpha \right),$$

откуда после сокращения на  $dx_C$  получаем уравнение для ускорения центра масс тела качения на участке 7 направляющей

$$\ddot{x}_C = \frac{mg(r \sin \alpha - f_k \cos \alpha)r}{mr^2 + J_{Cz}}.$$

Аналогичные уравнения для ускорения центра масс можно получить и для участков 8 и 9 направляющей. Во всех случаях в знаменателе этих уравнений будем иметь сумму  $mr^2 + J_{Cz}$ .

Откуда следует вывод, что ускорение центра масс будет больше по величине у тела с меньшим моментом инерции относительно его оси симметрии и соответственно будет больше скорость центра масс и это тело быстрее достигнет максимальной высоты подъема  $h_2$  по направляющей (см. фиг. 7).

Потеря механической энергии  $\Delta E$  на перемещении тела из начального положения в конечное, т.е. из положения на высоте  $h_1$  в положение на высоте  $h_2$ , равна разности значений потенциальной энергии  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  в этих его положениях

$$\Delta E = \Pi_1 - \Pi_2 = m_1 gh_1 - m_2 gh_2.$$

При одинаковых характеристиках тел (одинаковых массах, размерах, материалах и т.п.) потери энергии при их качении будут одинаковыми и, следовательно, при одинаковой начальной высоте  $h_1$  они поднимутся на одну и ту же высоту  $h_2$ . В данном случае, вследствие малых скоростей движения, сопротивлением воздуха можно пренебречь и считать, что потеря механической энергии в процессе качения тела равна работе момента трения качения

$$A(M_k) = M_k \varphi,$$

где  $\varphi = x_C/r$  - угол поворота тела при качении без скольжения от начального положения тела до произвольного, соответствующего высоте  $h$  на фиг. 7.

Потерю механической энергии на этом перемещении можно определить как разность изменения потенциальной энергии и кинетической энергии тела в данном его положении  $\Delta E = (\Pi_1 - \Pi) - T$

где  $\Pi$  - потенциальная энергия тела в произвольном положении.

Учитывая приведенные выше соотношения для  $T$ ,  $\Pi$ ,  $A(M_k)$  и  $M_k$ , имеем

$$\Delta E = mg(h_1 - h) - \frac{1}{2} \left( m\dot{x}_C^2 + J_{Cz} \frac{\dot{x}_C^2}{r^2} \right) \cong f_k mg \cos \alpha \frac{x_C}{r},$$

где  $(h_1 - h) = x_C \sin \alpha$ .

Откуда получаем уравнение для определения коэффициента трения качения (без учета сопротивления воздуха)

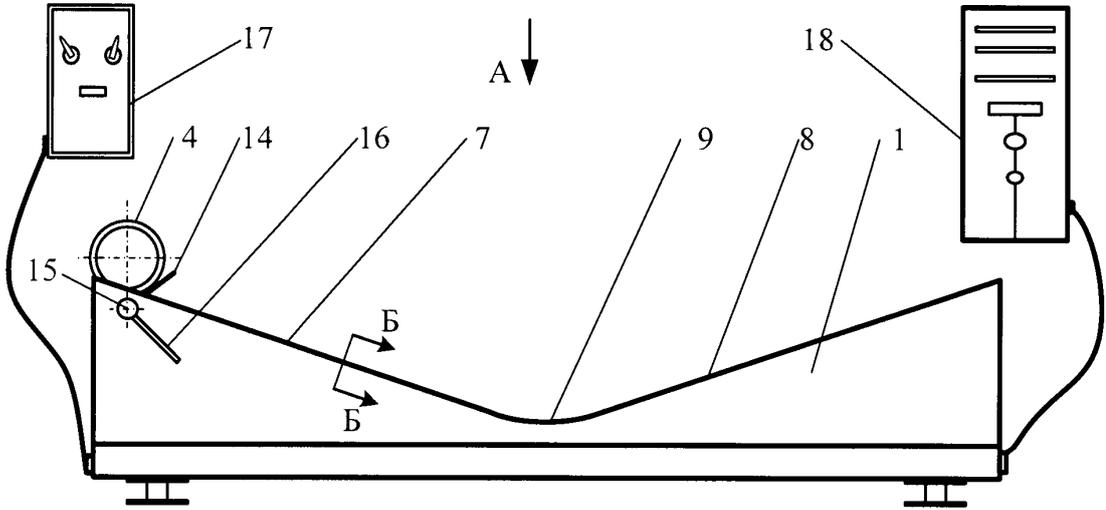
$$f_k \cong r \operatorname{tg} \alpha - \frac{(mr^2 + J_{Cz})}{2mgrx_C \cos \alpha} \dot{x}_C^2.$$

В процессе качения тел из начального положения в блоке 18 производится непрерывная регистрация поступающих с пластин 10 сигналов, пропорциональных перемещениям центров масс тел. Обработка этих данных в реальном масштабе времени позволяет определить в процессе движения положения, скорости и ускорения центров масс и построить зависимости перемещений центров масс от времени, их скоростей и ускорений от времени или от расстояний от начального положения и т.п. Кроме того, как показано выше, по результатам измерений можно определить потери механической энергии и вычислить значение коэффициента трения качения. Полученные таким путем экспериментальные данные отображаются на экране дисплея персонального компьютера или печатаются на бумажном носителе.

Таким образом, предложенное устройство для демонстрации и исследования плоско-параллельного движения тел позволяет повысить надежность, точность и информативность исследований. По этим причинам данное устройство позволяет существенно повысить качество изучения вопросов динамики плоско-параллельного движения тел в высших технических учебных заведениях.



Рисунки к полезной модели «Устройство для демонстрации и исследования плоско-параллельного движения тел»



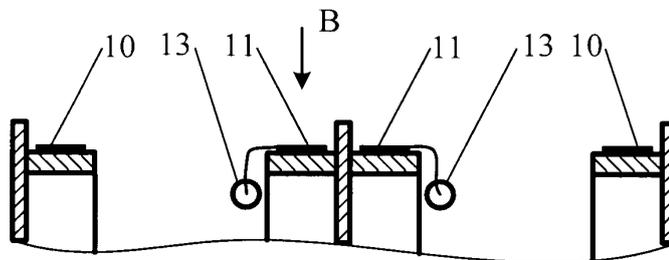
Фиг. 1

Вид А по фиг. 1



Фиг. 2

Сечение Б-Б по фиг. 1



Фиг. 3

